

## 0.2 Rechentechnik

### 0.2.1 Addition und Subtraktion im Kopf

Addition	Subtraktion
Summand plus Summand	Minuend minus Subtrahend
$\underbrace{32 + 16}_{\text{Summe}} = 48$	$\underbrace{48 - 16}_{\text{Differenz}} = 32$

**Addition** = Hinzufügung von lat. **addere** = hinzufügen

**Summand** = hinzuzufügende Zahl von lat. **summa** = Summe

**Subtraktion** = Abziehung von lat. **trahere** = ziehen (Traktor), lat. **subtrahere** = abziehen

**Minuend** = zu verminderte Zahl von lat. **minuere** = vermindern

**Subtrahend** = abzuziehende Zahl

**Differenz** = Unterschied von lat. **ferre** = tragen, bringen, lat. **differe** = sich auseinanderbewegen

Viele Aufgaben lassen sich besser im Kopf rechnen, wenn man die Zahlen geschickt **zerlegt**. Die **Klammer** gibt an, welche Rechnung zuerst ausgeführt wird:

a)	b)	c)
$\begin{aligned} & 32 + 16 \\ & = (32 + 10) + 6 \\ & = \underbrace{42}_{\text{42}} + 6 \\ & = \mathbf{48} \end{aligned}$	$\begin{aligned} & 89 - 17 \\ & = (89 - 10) - 7 \\ & = \underbrace{79}_{\text{79}} - 7 \\ & = \mathbf{72} \end{aligned}$	$\begin{aligned} & 123 - 99 \\ & = (124 - 100) + 1 \\ & = \underbrace{24}_{\text{24}} + 1 \\ & = \mathbf{24} \end{aligned}$

Mehrfache Summen und Differenzen berechnet man durch geschicktes **Vertauschen** und **Zusammenfassen**. Die **Vertauschung ist nur bei der Addition möglich!**

a)	b)	c)
$\begin{aligned} & 32 + 51 + 18 \\ & = (32 + 18) + 51 \\ & = \underbrace{50}_{\text{50}} + 51 \\ & = \mathbf{101} \end{aligned}$	$\begin{aligned} & 123 - 18 - 15 \\ & = 123 - (18 + 15) \\ & = 123 - \underbrace{33}_{\text{33}} \\ & = \mathbf{90} \end{aligned}$	$\begin{aligned} & 67 - 25 + 18 \\ & = (67 + 18) - 25 \\ & = \underbrace{85}_{\text{85}} - 25 \\ & = \mathbf{60} \end{aligned}$

Übungen: Aufgaben zur Addition und Subtraktion im Kopf Nr. 1 – 10

### 0.2.2 Multiplikation und Division im Kopf

Multiplikation	Division
Faktor mal Faktor	Dividend geteilt durch Divisor
$\underbrace{6 \cdot 12}_{\text{Produkt}} = 72$	$\underbrace{72 : 6}_{\text{Quotient}} = 12$

**Multiplikation** = Vervielfachen von lat. **multus** = viel

**Faktor** = bewirkende Zahl von lat. **facere** = machen, bewirken

**Division** = Teilung von lat. **dividere** = teilen

**Dividend** = zu teilende Zahl

**Divisor** = Teiler

**Produkt** = Hinführung, Ergebnis von lat. **ducere** = führen

**Quotient** = Zahl der Teiler von lat. **quotiens** = wie oft

Viele Aufgaben lassen sich besser im Kopf rechnen, wenn man die Zahlen geschickt **zerlegt**:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 16 \cdot 7 \\ & = \underbrace{10 \cdot 7} + \underbrace{6 \cdot 7} \\ & = 70 + 42 \\ & = \mathbf{112} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & 98 \cdot 3 \\ & = \underbrace{90 \cdot 3} + \underbrace{8 \cdot 3} \\ & = 270 + 24 \\ & = \mathbf{294} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & 98 \cdot 3 \\ & = \underbrace{100 \cdot 3} - \underbrace{2 \cdot 3} \\ & = 300 - 6 \\ & = \mathbf{294} \end{aligned}$$

Mehrfache Produkte berechnet man durch geschicktes **Vertauschen** und **Zusammenfassen**. Die **Vertauschung** ist nur bei der **Multiplikation** möglich!

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & = 25 \cdot 9 \cdot 4 \\ & = \underbrace{(25 \cdot 4)} \cdot 9 \\ & = 100 \cdot 9 \\ & = \mathbf{900} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad & = 8 \cdot 7 \cdot 125 \\ & = 7 \cdot \underbrace{(8 \cdot 125)} \\ & = 7 \cdot 1000 \\ & = \mathbf{7000} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & = 9 : 15 : 5 \\ & = \underbrace{(9 \cdot 5)} : 15 \\ & = 45 : 15 \\ & = \mathbf{3} \end{aligned}$$

Übungen: Aufgaben zur Multiplikation und Division im Kopf Nr. 1 – 8

### 0.2.3 Kopfrechnen mit Zehnerpotenzen

Bei der **Addition** und **Subtraktion** bleibt die Zahl der Nullen **gleich**:

$$\begin{array}{rcl} 2 + 3 & = & 5 \\ 20 + 30 & = & 50 \\ 200 + 300 & = & 500 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 5 - 2 & = & 3 \\ 50 - 20 & = & 30 \\ 500 - 200 & = & 300 \end{array}$$

Bei der **Multiplikation** bzw. **Division** werden die Zahlen der Nullen **addiert** bzw. **subtrahiert**:

$$\begin{array}{rcl} 2 \cdot 3 & = & 6 \\ 2 \cdot 30 & = & 60 \\ 20 \cdot 30 & = & 600 \\ 20 \cdot 300 & = & 6000 \\ 200 \cdot 300 & = & 60000 \end{array} \qquad \begin{array}{rcl} 6 : 2 & = & 3 \\ 60 : 2 & = & 30 \\ 600 : 2 & = & 300 \\ 600 : 20 & = & 30 \\ 600 : 200 & = & 3 \end{array}$$

Übungen: Aufgaben zum Kopfrechnen mit Zehnerpotenzen Nr. 1 – 12

### 0.2.4 Überschlagsrechnung

Bei der **Überschlagsrechnung** verwendete man **gerundete** Zahlen, um das Ergebnis möglichst **schnell** und **genau** im Kopf **abschätzen** zu können. Dabei muss man **selber entscheiden**, auf **welche Stelle** man rundet: Je höher die Rundungsstelle, desto schneller aber auch desto ungenauer wird die Abschätzung.

Bei der **Addition** und der **Subtraktion** rundet man beide Zahlen auf die **gleiche Stelle**:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 423 + 719 + 878 \approx 400 + 700 + 900 = \mathbf{2000} \\ \text{b)} \quad & 374\,671 + 876\,54 \approx 400\,000 + 900\,000 = \mathbf{130\,000} \\ \text{c)} \quad & 1289 - 479 \approx 1300 - 500 = \mathbf{800} \end{aligned}$$

Bei der **Multiplikation** kann man beide Faktoren **unabhängig** voneinander runden:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 1173 \cdot 865 \approx 1000 \cdot 900 = \mathbf{900\,000} \\ \text{b)} \quad & 1173 \cdot 865 \approx 1200 \cdot 900 = \mathbf{1\,080\,000} \\ \text{c)} \quad & 372\,493 \cdot 793 \approx 400\,000 \cdot 800 = \mathbf{3\,200\,000\,000} \end{aligned}$$

Bei der Division rundet man **zuerst** den **Divisor** und **anschließend** den **Dividenten**, so daß die Rechnung **aufgeht**:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & 9287 : 89 \approx 9000 : 90 = \mathbf{100} \\ \text{b)} \quad & 1376 : 276 \approx 1200 : 300 = \mathbf{4} \\ \text{c)} \quad & 654\,234 : 6273 \approx 660\,000 : 6000 = \mathbf{110} \end{aligned}$$

Übungen: Aufgaben zur Überschlagsrechnung Nr. 1 – 7

### 0.2.5 Schriftliche Addition

Der wesentliche Vorteil des Stellenwertsystems ist die Zerlegung komplizierter Rechnungen mit großen Zahlen in mehrere einfache Rechnungen mit einzelnen Stellen. Bei der schriftlichen Addition schreibt man die beiden Summanden untereinander in eine **Stellenwerttafel** und addiert die einzelnen Stellen. Ist das Ergebnis zweistellig, so schreibt man den **Übertrag** unter die folgende Stelle. Zur **Kontrolle** führt man **immer** zuerst eine **Überschlagsrechnung** durch.

<b>Aufgabe:</b> 3094 + 6535 <b>Überschlag:</b> 3100 + 6500 = <b>9600</b>	<b>Aufgabe:</b> 23 489 + 39 781 + 26 653 <b>Überschlag:</b> 23 000 + 40 000 + 27 000 = <b>90 000</b>																																																																																											
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">T</td><td style="text-align: center;">H</td><td style="text-align: center;">Z</td><td style="text-align: center;">E</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">0</td><td style="text-align: center;">9</td><td style="text-align: center;">4</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">+</td><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">5</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="text-align: center;">1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">9</td><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">9</td><td></td></tr> </table> <div style="margin-left: 100px;">             1. Summand              2. Summand              Übertrag  <b>Ergebnis</b> </div>									T	H	Z	E				3	0	9	4			+	6	5	3	5					1						9	6	1	2	9		<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">ZT</td><td style="text-align: center;">T</td><td style="text-align: center;">H</td><td style="text-align: center;">Z</td><td style="text-align: center;">E</td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">8</td><td style="text-align: center;">9</td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">9</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">8</td><td style="text-align: center;">1</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">+</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">8</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">9</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">9</td><td style="text-align: center;">1</td></tr> </table> <div style="margin-left: 100px;">             1. Summand              2. Summand              3. Summand              Übertrag  <b>Ergebnis</b> </div>									ZT	T	H	Z	E			2	3	4	8	9			3	9	7	8	1		+	2	6	6	5	3			1	1	2	1				8	1	9	1	9	1
	T	H	Z	E																																																																																								
	3	0	9	4																																																																																								
+	6	5	3	5																																																																																								
		1																																																																																										
	9	6	1	2	9																																																																																							
	ZT	T	H	Z	E																																																																																							
	2	3	4	8	9																																																																																							
	3	9	7	8	1																																																																																							
+	2	6	6	5	3																																																																																							
	1	1	2	1																																																																																								
	8	1	9	1	9	1																																																																																						

Übungen: Aufgaben zur schriftlichen Addition Nr. 1 - 5

### 0.2.6 Schriftliche Subtraktion

Geht die Subtraktion in einer Stelle nicht auf, so nimmt man beim Minuend eine Zehnerpotenz hinzu und zieht sie dafür bei der folgenden Stelle als **Übertrag** zusätzlich ab:

<b>Aufgabe:</b> 3792 - 1278 <b>Überschlag:</b> 3800 - 1300 = <b>2500</b>	<b>Aufgabe:</b> 43 732 - 21 458 <b>Überschlag:</b> 44 000 - 21 000 = <b>23 000</b>																																																																																				
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">T</td><td style="text-align: center;">H</td><td style="text-align: center;">Z</td><td style="text-align: center;">E</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">9</td><td style="text-align: center;">2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">8</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td style="text-align: center;">1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">4</td><td></td><td></td></tr> </table> <div style="margin-left: 100px;">             Minuend              Subtrahend              Übertrag  <b>Ergebnis</b> </div>									T	H	Z	E				3	7	9	2			-	1	2	7	8						1					2	5	1	4			<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">ZT</td><td style="text-align: center;">T</td><td style="text-align: center;">H</td><td style="text-align: center;">Z</td><td style="text-align: center;">E</td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">2</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">8</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">4</td><td></td></tr> </table> <div style="margin-left: 100px;">             Minuend              Subtrahend              Übertrag  <b>Ergebnis</b> </div>									ZT	T	H	Z	E			4	3	7	3	2		-	2	1	4	5	8					1	1				2	2	2	7	4	
	T	H	Z	E																																																																																	
	3	7	9	2																																																																																	
-	1	2	7	8																																																																																	
			1																																																																																		
	2	5	1	4																																																																																	
	ZT	T	H	Z	E																																																																																
	4	3	7	3	2																																																																																
-	2	1	4	5	8																																																																																
			1	1																																																																																	
	2	2	2	7	4																																																																																

Bei der **mehrfachen Subtraktion** werden die **Subtrahenden zunächst addiert** und dann gemeinsam subtrahiert:

<b>Aufgabe:</b> 3792 - 1267 - 278 <b>Überschlag:</b> 3800 - 1300 - 300 = <b>2200</b>	<b>Aufgabe:</b> 43 732 - 21 458 - 6543 <b>Überschlag:</b> 44 000 - 21 000 - 7000 = <b>16 000</b>																																																																																																		
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">T</td><td style="text-align: center;">H</td><td style="text-align: center;">Z</td><td style="text-align: center;">E</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">9</td><td style="text-align: center;">2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">7</td><td></td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">8</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">2</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">7</td><td></td><td></td></tr> </table> <div style="margin-left: 100px;">             Minuend              Subtrahend              Subtrahend              Übertrag  <b>Ergebnis</b> </div>									T	H	Z	E				3	7	9	2			-	1	2	6	7			-	2	7	8						1	2					2	2	4	7			<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td><td style="border: 1px solid black; width: 15px; height: 15px;"></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">ZT</td><td style="text-align: center;">T</td><td style="text-align: center;">H</td><td style="text-align: center;">Z</td><td style="text-align: center;">E</td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">2</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">2</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">8</td><td></td></tr> <tr><td style="text-align: center;">-</td><td style="text-align: center;">6</td><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">4</td><td style="text-align: center;">3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">1</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td style="text-align: center;">1</td><td style="text-align: center;">5</td><td style="text-align: center;">7</td><td style="text-align: center;">3</td><td style="text-align: center;">1</td><td></td></tr> </table> <div style="margin-left: 100px;">             Minuend              Subtrahend              Subtrahend              Übertrag  <b>Ergebnis</b> </div>									ZT	T	H	Z	E			4	3	7	3	2		-	2	1	4	5	8		-	6	5	4	3				1	1	1	1				1	5	7	3	1	
	T	H	Z	E																																																																																															
	3	7	9	2																																																																																															
-	1	2	6	7																																																																																															
-	2	7	8																																																																																																
		1	2																																																																																																
	2	2	4	7																																																																																															
	ZT	T	H	Z	E																																																																																														
	4	3	7	3	2																																																																																														
-	2	1	4	5	8																																																																																														
-	6	5	4	3																																																																																															
	1	1	1	1																																																																																															
	1	5	7	3	1																																																																																														

Übungen: Aufgaben zur schriftlichen Subtraktion Nr. 1 - 4

## 0.2.7 Schriftliche Multiplikation

Man zerlegt den 2. Faktor in **Zehnerpotenzen** und multipliziert diese **einzeln** mit dem 1. Faktor:

<b>Aufgabe:</b> $628 \cdot 34$ <b>Überschlag:</b> $600 \cdot 30 = 18\ 000$	<b>Aufgabe:</b> $542 \cdot 239$ <b>Überschlag:</b> $500 \cdot 200 = 100\ 000$																																																																																																																																																						
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: right;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">6</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">2</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">6</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">·</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">4</td><td style="width: 10px;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">·</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">=</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">·</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">=</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td></tr> </table>						6	2	6	·	3	4		6	2	8	·	3	0	=	1	8	8	4	0	6	2	8	·		4	=		2	5	1	2								1	1											2	1	3	5	2	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: right;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;"></td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">5</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">2</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">·</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">2</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">9</td><td style="width: 10px;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">·</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">=</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">·</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;">=</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">·</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">=</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td></tr> </table>								5	4	2	·	2	3	9		5	4	2	·	2	0	0	=	1	0	8	4	0	0		5	4	2	·		3	0	=		1	6	2	6	0		5	4	2	·			9	=			4	8	7	8											1	1														1	2	9	5	3	8
					6	2	6	·	3	4																																																																																																																																													
6	2	8	·	3	0	=	1	8	8	4	0																																																																																																																																												
6	2	8	·		4	=		2	5	1	2																																																																																																																																												
							1	1																																																																																																																																															
							2	1	3	5	2																																																																																																																																												
							5	4	2	·	2	3	9																																																																																																																																										
5	4	2	·	2	0	0	=	1	0	8	4	0	0																																																																																																																																										
5	4	2	·		3	0	=		1	6	2	6	0																																																																																																																																										
5	4	2	·			9	=			4	8	7	8																																																																																																																																										
									1	1																																																																																																																																													
									1	2	9	5	3	8																																																																																																																																									

Übungen: Aufgaben zur schriftlichen Multiplikation Nr. 1 - 5

## 0.2.8 Schriftliche Division

Man zerlegt den Dividenten in **Zehnerpotenzen** und dividiert diese **einzeln mit Rest** durch den Divisor. Der Rest wird zur folgenden Zehnerpotenz hinzugefügt und ein weiteres Mal dividiert.

<b>Aufgabe:</b> $537 : 6$ <b>Überschlag:</b> $540 : 6 = 90$	<b>Aufgabe:</b> $5967 : 19$ <b>Überschlag:</b> $6000 : 20 = 300$																																																																																																																																																																																		
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: right;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">H</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">Z</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">E</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">:</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">6</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">=</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">8</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">9</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">R</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">3</td><td style="width: 10px;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;">8</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">R</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">4</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">R</td><td style="border-right: 1px solid black;">3</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> </table>	H	Z	E	:	6	=	8	9	R	3		5	3	7									-	4	8									R	5	7									-	5	4									R	3										<table style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: right;"> <tr><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">T</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">H</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">Z</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">E</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">:</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">1</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">9</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">=</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">3</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">1</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">4</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">R</td><td style="border-right: 1px solid black; width: 10px;">1</td><td style="width: 10px;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td style="border-right: 1px solid black;">5</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">R</td><td style="border-right: 1px solid black;">2</td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;">9</td><td style="border-right: 1px solid black;">0</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">R</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">-</td><td style="border-right: 1px solid black;">7</td><td style="border-right: 1px solid black;">6</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> <tr><td style="border-right: 1px solid black;">R</td><td style="border-right: 1px solid black;">1</td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td><td style="border-right: 1px solid black;"></td></tr> </table>	T	H	Z	E	:	1	9	=	3	1	4	R	1		5	9	6	7											-	5	7	0											R	2	6	7											-	1	9	0											R	7	7												-	7	6												R	1												
H	Z	E	:	6	=	8	9	R	3																																																																																																																																																																										
5	3	7																																																																																																																																																																																	
-	4	8																																																																																																																																																																																	
R	5	7																																																																																																																																																																																	
-	5	4																																																																																																																																																																																	
R	3																																																																																																																																																																																		
T	H	Z	E	:	1	9	=	3	1	4	R	1																																																																																																																																																																							
5	9	6	7																																																																																																																																																																																
-	5	7	0																																																																																																																																																																																
R	2	6	7																																																																																																																																																																																
-	1	9	0																																																																																																																																																																																
R	7	7																																																																																																																																																																																	
-	7	6																																																																																																																																																																																	
R	1																																																																																																																																																																																		

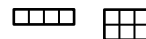
Übungen: Aufgaben zur schriftlichen Division Nr. 1 - 5

## 0.2.9 Rechenregeln

**Punktrechnung (· und :) geht vor Strichrechnung (+ und -):**  $4 + 2 \cdot 3 = 4 + 3 + 3 = 4 + 6 = 10$

a)  $2 + 3 \cdot 4 = 2 + 12 = 14$   
 $9 - 2 \cdot 4 = 9 - 8 = 1$

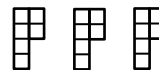
b)  $6 + 12 : 3 = 6 + 4 = 10$   
 $32 - 16 : 8 = 32 - 2 = 30$



**Klammern werden zuerst berechnet:**  $3 \cdot (4 + 2) = (4 + 2) + (4 + 2) + (4 + 2) = 6 + 6 + 6 = 3 \cdot 6 = 18$

a)  $(2 + 3) \cdot 4 = 5 \cdot 2 = 20$   
 $(9 - 2) \cdot 4 = 7 \cdot 4 = 28$

b)  $(6 + 12) : 3 = 18 : 3 = 6$   
 $(32 - 16) : 8 = 16 : 8 = 2$



**Distributivgesetz (lat. tribus = Stamm, distribution = Verteilung):**  $3 \cdot (4 + 2) = 3 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 12 + 6 = 18$

a)  $(2 + 3) \cdot 4 = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4 = 8 + 12 = 20$   
 $(9 - 2) \cdot 4 = 9 \cdot 4 - 2 \cdot 4 = 36 - 8 = 28$

b)  $(6 + 12) : 3 = 6 : 3 + 12 : 3 = 2 + 4 = 6$   
 $(32 - 16) : 8 = 32 : 8 - 16 : 8 = 4 - 2 = 2$



**Kommutativgesetz (lat. commutare = vertauschen) bei Addition und Multiplikation:**  $2 \cdot 3 = 3 + 3 = 2 + 2 + 2 = 3 \cdot 2$

a)  $6 + 2 = 2 + 6$   
 $6 \cdot 2 = 2 \cdot 6$

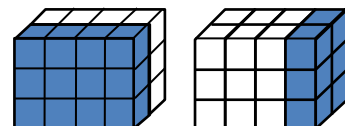
b)  $6 - 2 = 4$  aber  $6 - 2 = ?$   
 $6 : 2 = 3$  aber  $2 : 6 = ?$



**Assoziativgesetz (lat. societas = Gemeinschaft) bei Addition und Multiplikation:**  $2 \cdot (3 \cdot 4) = (2 \cdot 3) \cdot 4$

a)  $2 + (3 + 4) = (2 + 3) + 4$   
 $2 \cdot (3 \cdot 4) = (2 \cdot 3) \cdot 4$

b)  $12 - (6 - 2) = 12 - 4 = 8$  aber  
 $(12 - 6) - 2 = 6 - 2 = 4$   
 $12 : (6 : 2) = 12 : 3 = 4$  aber  
 $(12 : 6) : 2 = 2 : 2 = 1$



Übungen: Aufgaben zu Rechenregeln Nr. 1 - 5