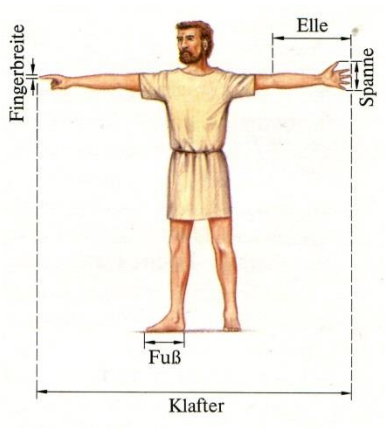
0.3. Rechnen mit Einheiten

0.3.1. Längeneinheiten

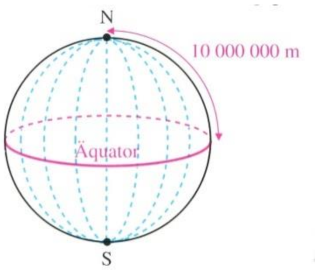


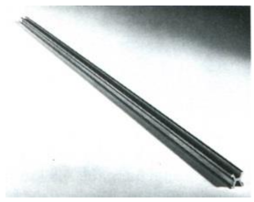
Die einfachsten Längeneinheiten orientieren sich am menschlichen Körper. Ein römischer **Doppelschritt** war 1,472 m lang und eine römische **Meile** (milia passuum = tausend Mal geschritten) umfasste tausend Doppelschritte. Daneben waren auch **Elle**, **Fuß, Klafter, Spanne und Fingerbreit** in Gebrauch. Da die Menschen verschieden groß sind und die Körperteile nicht in einfachen Verhältnissen zueinander stehen, erwiesen sich diese Einheiten auf die Dauer als unpraktisch.

Seit 1875 verwendet man daher in Europa den zehnmillionsten Teil der Entfernung von Nordpol zum Äquator als **Meter** (lat. Maß) zur Längenmessung. Das rechts abgebildete **Urmeter** wird in Sèvres bei Paris aufbewahrt.

Maßzahl Einheit

$$\underbrace{7\ \mathrm{m}}_{\text{Größe}}$$





Für größere oder kleinere Längen multipliziert oder dividiert man mit **Zehnerpotenzen**:

1 km = 10 hm	Kilometer	Kilo = tausend
1 hm = 10 dam	Hektometer	Hekto = hundert
1 dam = 10 m	Dekameter	Deka = zehn
1 m = 10 dm	Dezimeter	dezi = zehntel
1 dm = 10 cm	Zentimeter	zenti = hundertstel
1 cm = 10 mm	Millimeter	milli = tausendstel

Für **gemischte** Einheiten kann man auch **Dezimalzahlen** verwenden. Dabei werden die **Bruchteile** Zehntel, Hundertstel, Tausendstel, usw. durch ein **Komma** von den ganzen Teilen getrennt:

km	m			dm	cm	mm	Dezimal
	H	Z	E				
1	2	0	0	0	0	0	1 km 200 m = 1,2 km = 1200 m = 12 000 dm = 120 000 cm = 1 200 000 mm
0	8	0	0	4	0	0	800 m 4 dm = 0,800 4 km = 800,4 m = 8004 dm = 80 040 cm = 800 400 mm
0	0	0	4	5	2	0	4 m 5 dm 2 cm = 0,004 52 km = 4,52 m = 45,2 dm = 452 cm = 4520 mm

Übungen: Aufgaben zu Längeneinheiten Nr. 1 - 10

0.3.2. Rechnen mit Längen

Man **addiert bzw. subtrahiert** Längen, indem man zunächst in die **gleiche Maßeinheit** umwandelt und dann die **Maßzahlen** addiert bzw. subtrahiert.

Beispiele:

a) 3 m 40 cm + 75 cm
= 340 cm + 75 cm

		3	4	0	c	m
+			7	5	c	m
		1				
		4	**1**	**5**	**c**	**m**

b) 5,85 m – 133 cm
= 585 cm – 133 cm

		5	8	5	c	m
–		1	3	3	c	m
		1				
		4	**5**	**2**	**c**	**m**

Dezimalzahlen lassen sich wie gewohnt **schriftlich addieren** bzw. **subtrahieren**.
Die **Nachkommastellen** bezeichnen **Zehntel**, **Hundertstel**, **Tausendstel**, usw.

		3,	2	5	m
+		2,	8	6	m
		1	1		
		6,	**1**	**1**	**m**

		7,	6	4	5	k	m
–		3,	8	9	1	k	m
		1	1				
		3,	**7**	**3**	**6**	k	**m**

Werden Längen mit **einfachen Zahlen multipliziert bzw. dividiert**, so bleibt die Einheit unverändert.

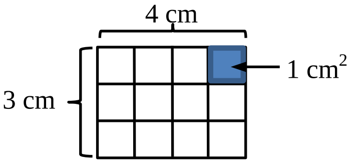
Beispiele:

a) 5 · 7 m
= (5·7) m
= 35 m

b) 72 cm : 8
= (72:8) cm
= 9 cm

Werden zwei Längen mit gleichen Einheiten **multipliziert**, so erhält man den **Flächeninhalt eines Rechtecks**:

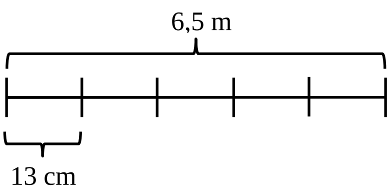
Beispiel:
3 cm · 4 cm
= (3·4) (cm·cm)
= 12 cm^2.



Ein 3 cm hohes und 4 cm breites Rechteck lässt sich aus 3·4 = 12 Quadraten mit dem Flächeninhalt 1 cm^2 zusammenlegen

Werden zwei Längen mit gleichen Einheiten **dividiert**, so weiß man, **wie oft** der Divisor im Dividenden enthalten ist:

Beispiel:
6,5 m : 13 cm
= 650 cm : 13 cm
= (650:13) $\underbrace{(\text{cm:cm})}_{1}$
= 5



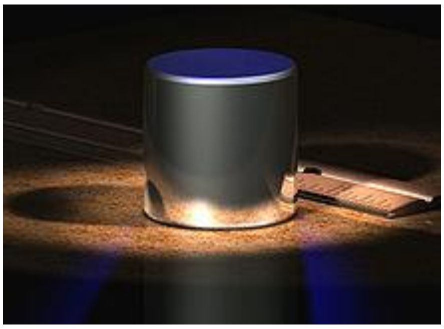
Eine 6,5 m = 650 cm lange Strecke lässt sich aus 5 Teilstrecken Länge 13 cm zusammenlegen

Der **Maßstab** einer **Abbildung** (Landkarte, Stadtplan, Modell) gibt an, in welchem Verhältnis die Längen auf der Abbildung zu den Längen in der Natur stehen.

Beispiel: Der Maßstab 1 : 50 000 bedeutet: 1 cm auf der Abbildung entspricht 50 000 cm = 500 m in der Natur.

Übungen: Aufgaben zum Rechnen mit Längen Nr. 1 - 10

0.3.3. Masseneinheiten



Die ersten Masseneinheiten orientierten sich an den wichtigsten Gütern des täglichen Lebens:

Name	Herkunft	Masse in SI
Talent	1 Kubikfuß Wasser	≈ 27 kg
Mine	Silberbarrens	≈ 450 g
Drachme	Silbermünze	≈ 4,5 g
gran	Getreidekorn	≈ 45 mg

Wie bei den Längeneinheiten erwies es sich mit zunehmender Entfernung der Handelsbeziehungen als hinderlich, dass die als Standard verwendeten Getreidekörner, Münzen, usw. von Land zu Land verschieden schwer waren.
Seit 1875 verwendet man daher in Europa das rechts abgebildete **Urkilogramm,** welches ebenso wie das Urmeter aus **Platin-Iridium** gefertigt ist und in Sèvres bei Paris aufbewahrt wird.
Das **système international des unités** (SI) verwendet ausschließlich Einheiten, die aus den drei **Basiseinheiten** Meter, Kilogramm und Sekunde abgeleitet sind.

Für größere oder kleinere Massen multipliziert oder dividiert man mit **1000**:

1 t = 1000 kg	Tonne
1 kg = 1000 g	Kilogramm
1 g = 1000 mg	Gramm
1 mg	Milligramm

Für **gemischte** Einheiten verwendet man wie bei den Längen **Dezimalzahlen**:

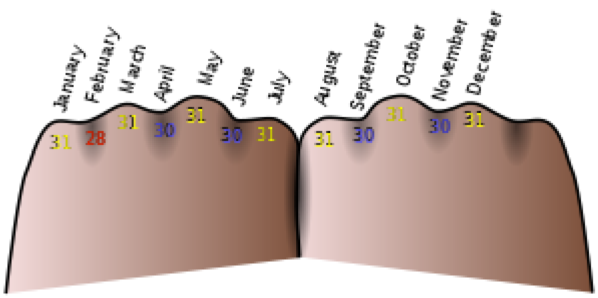
t	kg			g			mg			
	H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E	
1	6	0	8	4	0	0	5	0	0	1 t 608 kg 400 g = 1,608 4 t = 1 608,4 kg = 1 608 400,5 g = 1 608 400 500 mg
0	1	0	2	0	0	5	0	4	0	102 kg 5g 40 mg = 0,102 005 040 t = 102,005 04 kg = 102 005,04 g = 102 005 040 mg

Übungen: Aufgaben zu Masseneinheiten Nr. 1 - 11

0.3.4. Zeiteinheiten

Längere Zeitspannen wie z.B. das Alter eines Menschen gibt man seit Menschengedenken in **Jahren** an. Die Dauer eines Jahres konnte schon vor Jahrtausenden durch die Position der jährlich wiederkehrenden **Sternbilder (Sternenjahr)** bzw. **Winter- oder Sommersonnenwende (Sonnenjahr)** recht genau bestimmt werden. Dazu dienten in der Regel fest eingebaute Peilvorrichtungen in Tempeln und Weihestätten wie z.B. Stonehenge (ca. 2000 v. Chr.) oder der Intihuatana-Stein in Macchu Pichu (ca. 1500 n. Chr.). Für kürzere Zeitspannen orientierte man sich am Wechsel der **Mondphasen** (**Monate**) und am **Sonnenstand** (**Tage**). Da die Drehbewegungen von **Sonne** (⇒ Jahr), **Mond** (⇒ Monat) und **Erde** (⇒ Tag) aber unabhängig voneinander sind, passen die Jahre, Monate und Tage nicht richtig ineinander.

Ein **Sonnenjahr** dauert ca. 365,2422 Tage und ein **synodischer** (an den Mondphasen orientierter) Monat ca. 29,53 Tage. **Julius Cäsar** führte 46 vor Christus den **julianischen Kalender** mit den uns bekannten Monaten und alle vier Jahre einem verlängerten **Schaltjahr** (29. Februar) ein. Die **Monatslängen** kann man sich mit Hilfe der **Fingerknöchel** der beiden nebeneinander gelegten Fäuste merken (siehe rechts)



Damit kommt man auf genau 365,25 Tage pro Jahr, d.h., das Julianische Jahr ist um 0,0078 Tage ≈ 11 Minuten 13 Sekunden länger als das Sonnenjahr und verschiebt sich dadurch immer weiter nach hinten. Im 15. Jahrhundert betrug die Verschiebung bereits ca. 20 Tage und das an der Frühlings-**Equinoxe** (Tag-Nacht-Gleichheit) orientierte **Osterfest** musste regelmäßig bereits im März gefeiert werden.
Der seit 1582 von **Papst Gregor XIII** verbreitete **gregorianische Kalender** lässt alle Schaltjahre ausfallen, die durch 100 aber nicht durch 400 teilbar sind: 1896 war ein Schaltjahr, 1900 aber nicht; 2000 dagegen schon. Er kommt damit auf 365,2425 Tage und ist bis heute in Gebrauch.
Die **Woche** hat keine astronomische Bedeutung und ergibt sich aus dem Rhythmus der **Markt- und Feiertage** in verschiedenen Kulturen. Unsere **7-Tage-Woche** stammt von den Assyrern und Babyloniern und gelangte über die Juden (Buch Genesis!) in die christliche Welt. In China war über Jahrtausende eine 10-Tage-Woche in Gebrauch, während in Afrika kürzere Wochen von 3 oder 4 Tagen üblich waren.
Für kürzere Vorgänge teilten schon die alten Ägypter den Tag in zweimal zwölf **Stunden** ein und bestimmten die Tageszeit mit Hilfe von **Sonnenuhren**. Für noch feinere Einteilungen in **Minuten** und **Sekunden** benötigte man **mechanische Uhrwerke** mit ausreichender Zuverlässigkeit. Die erste **Taschenuhr** der Welt konstruierte z.B. **Peter Henlein** aus Nürnberg im Jahre 1504. Sekunden werden in Anlehnung an die Längen und Masseneinheiten mit Zehnerpotenzen unterteilt. Es gibt also Zehntel-, Hundertstel- und Milli (=Tausendstel-)sekunden.

1 a = 12 m ≈ 365 d	Jahr a (lat. annus)
1 m = 28 – 31 d	Monat m (lat. mensis)
1 d = 24 h	Stunde h (lat. hora)
1 h = 60 min	Minute (lat minutus = vermindert*)
1 min = 60 s	Sekunde (lat secundus = der Zweite**)
1 s = 1000 ms	Millisekunde (lat. milli = tausendstel)

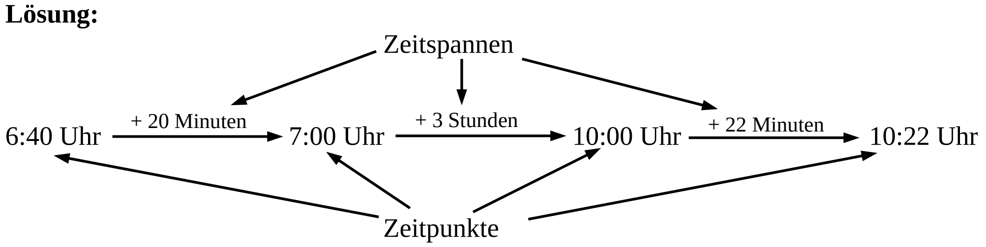
* verminderter Teil der Stunde
** zweite Einteilung der Stunde

Beispiel zur Umrechnung von Zeiteinheiten

1 d 6 h 13 min 23 s
= (1·24 + 6) h 13 min 23 s
= 30 h 13 min 23 s
= (30·60+ 13) min 23 s
= 1813 min 23 s
= (1813·60 + 23)s
= 108 803 s

Beispiel zu Zeitpunkten und Zeitspannen
Ein IC verlässt Dortmund um 6:40 Uhr und erreicht Mannheim um 10:22 Uhr. Wie lange dauert die Fahrt?

Lösung:



Der Zug ist 20 Minuten + 3 Stunden + 22 Minuten = 3 h 42 min unterwegs.

Beispiel zu Monaten und Tagen
Christoph Columbus brach am 3. August 1492 von Palos in Südspanien zu seiner berühmten Entdeckungsreise auf. Er erreichte die Insel San Salvador am 12. Oktober desselben Jahres. Wie lange dauerte die Fahrt?

Lösung:

3. August $\xrightarrow{+\text{ 28 Tage}}$ 31. August $\xrightarrow{+\text{ 30 Tage}}$ 30. September $\xrightarrow{+\text{ 12 Tage}}$ 12. Oktober

Die Fahrt dauerte (28 + 30 + 12) Tage = 70 Tage.

Übungen: Aufgaben zu Zeiteinheiten Nr. 1 - 8