

0.4. Bruchzahlen

0.4.1. Teilbarkeit

Primzahlzerlegung:

Eine **Primzahl** lässt sich nur durch die 1 teilen und durch sich selbst. Die ersten Primzahlen sind 1; 2; 3; 5; 7; 11; 13; ...

Alle **anderen** Zahlen lassen sich durch fortgesetztes Teilen in **Primfaktoren** zerlegen. $4 = 2 \cdot 2$; $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$; $9 = 3 \cdot 3$; usw.

Beispiele: $92 = 2 \cdot 46$
 $= 2 \cdot 2 \cdot 23$

$120 = 2 \cdot 60$
 $= 2 \cdot 2 \cdot 30$
 $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 15$
 $= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

$122 = 2 \cdot 61$

$123 = 3 \cdot 41$

$124 = 2 \cdot 62$
 $= 2 \cdot 2 \cdot 31$

Übungen: Aufgaben zur Teilbarkeit Nr. 1

Kleinstes gemeinsames Vielfaches zweier Zahlen

Das kleinste gemeinsame Vielfache **kgV** zweier Zahlen ist die kleinste Zahl, die die beiden Zahlen als Teiler enthält bzw. das kleinste gemeinsame Glied der beiden **Multiplikationsreihen**.

Beispiele:

$\text{kgV}(2;3) = 6$, denn 2;4;**6**;8;...
und 3;**6**;9;12;...

$\text{kgV}(2;4) = 4$, denn 2;**4**;6;8;...
und **4**;8;12;16;...

$\text{kgV}(3;4) = 12$, denn 3;6;9;**12**;...
und 4;8;**12**;16;...

Übungen: Aufgaben zur Teilbarkeit Nr. 2

0.4.2. Stammbrüche

$1 : 2 = \frac{1}{2}$ bedeutet eine Hälfte oder den halben Teil:



$1 : 3 = \frac{1}{3}$ bedeutet ein Drittel oder den dritten Teil:



$1 : 4 = \frac{1}{4}$ bedeutet ein Viertel oder den vierten Teil:



$1 : 5 = \frac{1}{5}$ bedeutet ein Fünftel oder den fünften Teil:



Übungen: Aufgaben zu Stammbrüchen Nr. 1 - 16

0.4.3 Echte Brüche

$2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ bedeutet zwei Drittel oder zwei dritte Teile:



$3 \cdot \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$ bedeutet drei Fünftel oder drei fünfte Teile:



Echte Brüche

Der **Nenner** gibt an, in wie viele gleich große Teile ein Ganzes zerlegt wurde.

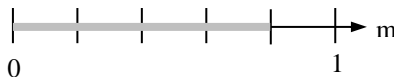
Der **Zähler** gibt an, wie viele dieser Teile genommen wurden.

Alle Brüche sind also **Vielfache** von Stammbrüchen

Zähler $\rightarrow \frac{3}{4}$
Nenner \rightarrow

Beispiel für die Bestimmung von Zähler und Nenner in Bruchteilen

Aufgabe: Gib die abgebildete Teilstrecke als Bruch an:



Lösung:

Bestimmung des Nenners: Die Gesamtstrecke von 1 m ist in 5 Teile aufgeteilt, also ist 1 Teil = $\frac{1}{5}$ m.

Bestimmung des Zählers: Es sind 4 Teile also $4 \cdot \frac{1}{5} \text{ m} = \frac{4}{5} \text{ m}$.

Prozente

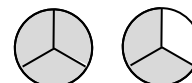
1 Prozent = 1 % bedeutet ein Hundertstel = $\frac{1}{100}$, 2 Prozent = 2 % = zwei Hundertstel = $\frac{2}{100}$, usw.

Übungen: Aufgaben zu echten Brüchen Nr. 1 - 14

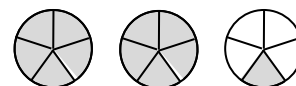
Man multipliziert mit einer ganzen Zahl, indem man den Zähler mit dieser Zahl multipliziert: $2 \cdot \frac{4}{3} = \frac{2 \cdot 4}{3}$

0.4.4 Unechte Brüche und gemischte Schreibweise

$5 \cdot \frac{1}{3} = \frac{5}{3} = 1 \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3}$ bedeutet fünf Drittel oder ein Ganzes und zwei Drittel:



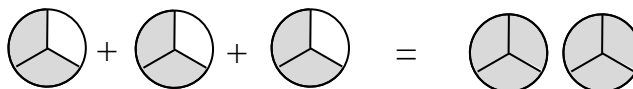
$11 \cdot \frac{1}{5} = \frac{11}{5} = 2 \frac{1}{5} = 2 + \frac{1}{5}$ bedeutet elf Fünftel oder zwei Ganze und 1 Fünftel:



Übungen: Aufgaben zu unechten Brüchen und gemischter Schreibweise Nr. 1 - 14

0.4.5 Brüche als Quotienten

$2:3 = \frac{2}{3}$, denn $3 \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 2$:



Ein Bruch ist das Ergebnis der Division von Zähler durch Nenner

Übungen: Aufgaben zu Brüchen als Quotienten natürlicher Zahlen Nr. 1 - 7

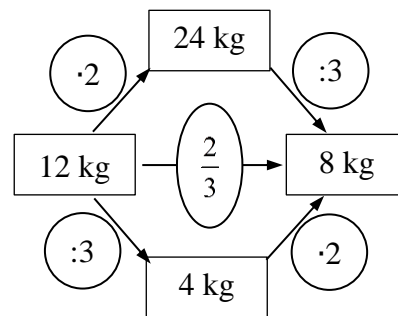
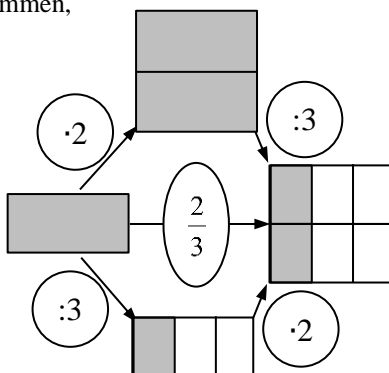
0.4.6 Brüche als Operatoren

Um den **Bruchteil** eines **Ganzen** zu bestimmen, kann man

erst mit dem Zähler multiplizieren und dann durch den Nenner dividieren

oder

erst durch den Nenner dividieren und dann mit dem Zähler multiplizieren



Beispiel:

zwei Drittel von 12 kg sind

ein Drittel des Doppelten (= 24 kg), also 8 kg

oder

das Doppelte eines Drittels (= 4 kg), also 8 kg

Übungen: Aufgaben zu Brüchen als Operatoren Nr. 1 - 4

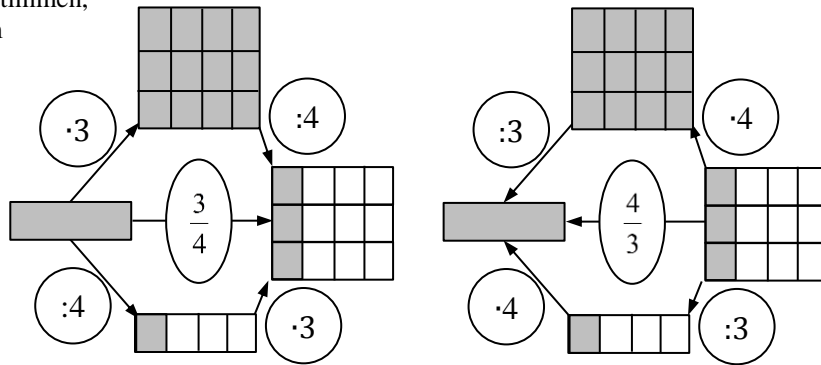
Umkehrung:

Um das **Ganze** eines **Bruchteils** zu bestimmen, wendet man den **Kehrwert** an, bei dem **Zähler und Nenner vertauscht** sind:

erst mit dem Zähler multiplizieren und dann durch den Nenner dividieren

oder

erst durch den Nenner dividieren und dann mit dem Zähler multiplizieren



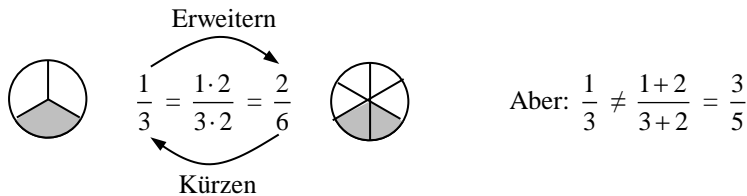
Beispiel:

Drei Viertel von x kg sind 12 kg. Dann ist x gleich vier Drittel von 12 kg = 16 kg.

Übungen: Aufgaben zu Brüchen als Operatoren Nr. 5 - 8

0.4.7 Erweitern

Aufgaben zum Erweitern Nr. 1

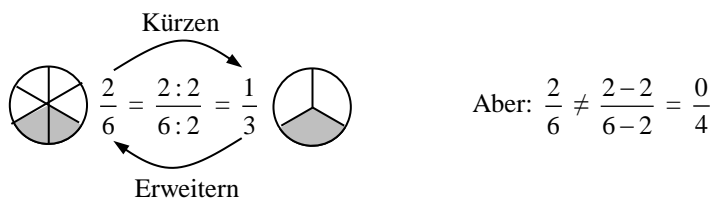


Beim Erweitern werden Zähler und Nenner mit dem gleichen Erweiterungsfaktor multipliziert. Dabei wird die Einteilung verfeinert, aber der Wert des Bruches bleibt gleich.

Aufgaben zum Erweitern Nr. 2 - 13

0.4.8 Kürzen

Aufgaben zum Kürzen Nr. 1



Beim Erweitern werden Zähler und Nenner durch den gleichen Kürzungsdivisor dividiert. Dabei wird die Einteilung vergrößert, aber der Wert des Bruches bleibt gleich.

Aufgaben zum Kürzen Nr. 2 - 7

0.4.9 Größenvergleiche

Um zwei Brüche der Größe nach vergleichen zu können, müssen sie auf den gleichen Nenner gebracht werden.

Beispiel: Welcher der beiden Brüche $\frac{5}{8}$ und $\frac{4}{7}$ ist größer? **Antwort:** $\frac{5}{8} = \frac{35}{56} > \frac{32}{56} = \frac{4}{7}$, also $\frac{5}{8} > \frac{4}{7}$

Aufgaben zu Größenvergleichen Nr. 1 - 8