

## 1.3. Aufgaben zu Gleichungen und Ungleichungen

### Aufgabe 1: Mengendarstellungen

Gib die folgenden Mengen in aufzählender Form an:

- a)  $A = \{x \in \mathbb{N} : x < 5\}$                       c)  $C = \{x \in \mathbb{N} : 4 < x < 8\}$   
b)  $B = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 5\}$                       d)  $D = \{x \in \mathbb{N} : 5 \leq x \leq 7\}$

### Aufgabe 2: Mengendarstellungen

Gib die folgenden Mengen in beschreibender Form an:

- a)  $A = \{0; 1; 2; 3\}$                                   c)  $C = \{4; 6; 8; 10\}$   
b)  $B = \{7; 8; 9\}$                                   d)  $D = \{51; 52; 53; \dots; 100\}$

### Aufgabe 3: Mengenrelationen

Gegeben sind die Mengen  $A = \{7; 9\}$ ,  $B = \{5; 7\}$  und  $C = \{1; 3; 5; 7\}$ . Gib die folgenden Mengen an:

- a)  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$  und  $B \setminus A$                       c)  $B \cap C$ ,  $B \cup C$ ,  $B \setminus C$  und  $C \setminus B$   
b)  $A \cap C$ ,  $A \cup C$ ,  $A \setminus C$  und  $C \setminus A$                       d)  $A \cap B \cap C$  und  $A \cup B \cup C$

### Aufgabe 4: Bruchgleichungen mit Variablen nur im Zähler

Gib die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen an.

- a)  $\frac{3x}{5} = 6$     f)  $\frac{4x+2}{2} + \frac{5x}{3} = \frac{10x+15}{3} - x$   
b)  $\frac{3x}{11} - 1 = 32$                                       g)  $\frac{8x-5}{9} = 20 - \frac{9-3x}{2} - \frac{4-7x}{3}$   
c)  $\frac{x}{5} + \frac{x}{4} = 18$                                       h)  $\frac{2x+4}{5} - x + \frac{2x+3}{9} = 0$   
d)  $\frac{3x-1}{5} + \frac{x-1}{3} = 6$                                       i)  $\frac{2x+1}{2} = \frac{1}{3} + x$   
e)  $\frac{3x}{2} + \frac{10x+4}{3} - \frac{7x+2}{4} = 7$                                       j)  $\frac{5}{6} + \frac{x-1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}x$

### Aufgabe 5: Bruchgleichungen mit Variablen im Zähler und im Nenner

Gib die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen an.

- a)  $\frac{12}{x+4} = 1$     f)  $\frac{x+1}{x+4} = \frac{x-2}{x+1}$   
b)  $\frac{5}{2x} + 1 = \frac{3}{x}$     g)  $\frac{3}{2x} + \frac{4}{x+3} = \frac{31}{2x^2+6x}$   
c)  $\frac{3}{4x} - \frac{1}{6x} = \frac{2}{3}$     h)  $\frac{30}{x^2-4} = \frac{7}{x-2} - \frac{5}{x+2}$   
d)  $\frac{3}{x-3} = \frac{5}{x-5}$     i)  $\frac{5-15x}{x^2-25} + \frac{2x-3}{x-5} = \frac{2x+1}{x+5}$   
e)  $\frac{x+1}{x-1} = \frac{6x+11}{6x-3}$     j)  $\frac{1}{x+2} = \frac{2}{x} - \frac{1}{x-1}$

### Aufgabe 6: Lineare Gleichungen mit Parameter

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden linearen Gleichungen in Abhängigkeit vom Parameter:

- a)  $tx - 1 = 5x + 2$  mit  $t \in \mathbb{Q}$                       c)  $\frac{x-1}{t} = 2x + 1$  mit  $t \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$   
b)  $3x + t = 2x - 3$  mit  $t \in \mathbb{Q}$                       d)  $\frac{x+2}{t-3} = x - 2$  mit  $t \in \mathbb{Q} \setminus \{3\}$

**Aufgabe 7: Ungleichungen**

Gib die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen an.

a)  $2x - 1 > \frac{1}{3}x$

b)  $3x + 2 < \frac{1}{4}x$

c)  $2x + 1 \geq \frac{3}{5}x + 2$

d)  $4x - (3x + 4) \geq 2$

e)  $\frac{5x + 4}{6} - 3 < \frac{9x - 5}{8} - 2$

f)  $\frac{3(x - 2)}{4} - \frac{4(x + 1)}{3} \leq \frac{5(x - 3)}{6} - x$

g)  $\frac{3(3x - 1)}{5} - \frac{5(4x + 3)}{6} + 2 > \frac{4(5x - 4)}{15} - 3x$

h)  $(x + 2) \cdot (x - 3) < x^2 + 4x - 1$

### 1.3. Lösungen zu den Aufgaben zu Gleichungen und Ungleichungen

#### Aufgabe 1: Mengendarstellungen

- a)  $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$                       c)  $C = \{5; 6; 7\}$   
b)  $B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$                       d)  $D = \{5; 6; 7\}$

#### Aufgabe 2: Mengendarstellungen

- a)  $A = \{x \in \mathbb{N} : 0 \leq x \leq 3\}$                       c)  $C = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ gerade und } 4 \leq x \leq 10\}$   
b)  $B = \{x \in \mathbb{N} : 7 \leq x \leq 9\}$                       d)  $D = \{x \in \mathbb{N} : 51 \leq x \leq 100\}$

#### Aufgabe 3: Mengenrelationen

- a)  $A \cap B = \{7\}$ ,  $A \cup B = \{5; 7; 9\}$ ,  $A \setminus B = \{9\}$  und  $B \setminus A = \{5\}$   
b)  $A \cap C = \{7\}$ ,  $A \cup C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ,  $A \setminus C = \{9\}$  und  $C \setminus A = \{1; 3; 5\}$   
c)  $B \cap C = \{5; 7\}$ ,  $B \cup C = \{1, 3, 5, 7\}$ ,  $B \setminus C = \{1, 3\}$  und  $C \setminus B = \{5\}$   
d)  $A \cap B \cap C = \{7\}$  und  $A \cup B \cup C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

#### Aufgabe 4: Bruchgleichungen mit Variablen nur im Zähler

- a)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = \{10\}$                       f)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = \{3\}$   
b)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = \{121\}$                       g)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = \{-5\}$   
c)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = \{40\}$                       h)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = \{3\}$   
d)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = \{7\}$                       i)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = \{\}$   
e)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = \{2\}$                       j)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = \mathbb{Q}$

#### Aufgabe 5: Bruchgleichungen mit Variablen im Zähler und im Nenner

- a)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{-4\}$  und  $L = \{8\}$                       f)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{-1; -4\}$  und  $L = \{\}$   
b)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$  und  $L = \{\frac{1}{2}\}$                       g)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{0; -3\}$  und  $L = \{2\}$   
c)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$  und  $L = \{\frac{7}{8}\}$                       h)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 2\}$  und  $L = \{3\}$   
d)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{3; 5\}$  und  $L = \{0\}$                       i)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{-5; 5\}$  und  $L = \{\}$   
e)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{1; \frac{1}{2}\}$  und  $L = \{4\}$                       j)  $D = \mathbb{Q} \setminus \{-2; 0; 1\}$  und  $L = \{4\}$

#### Aufgabe 6: Lineare Gleichungen mit Parameter

- a)  $L = \begin{cases} \left\{ \frac{3}{t-5} \right\} & \text{für } t \in \mathbb{Q} \setminus \{5\} \\ \{\} & \text{für } t = 5 \end{cases}$                       c)  $L = \begin{cases} \left\{ \frac{t+1}{1-2t} \right\} & \text{für } t \in \mathbb{Q} \setminus \left\{ \frac{1}{2}; 0 \right\} \\ \{\} & \text{für } t \in \left\{ \frac{1}{2}; 0 \right\} \end{cases}$   
b)  $L = \{t-3\}$  für  $t \in \mathbb{Q}$                       d)  $L = \begin{cases} \left\{ \frac{t-2}{2t-4} \right\} & \text{für } t \in \mathbb{Q} \setminus \{3; 5\} \\ \{\} & \text{für } t \in \{3; 5\} \end{cases}$

#### Aufgabe 7: Ungleichungen mit Variablen nur im Zähler

- a)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = ]\frac{3}{5}; \infty[$                       e)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = ]1; \infty[$   
b)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = ]-\infty; -\frac{8}{11}[$                       f)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = [-\frac{4}{5}; \infty[$   
c)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = [\frac{5}{7}; \infty[$                       g)  $D = \mathbb{Q}$  und  $L = ]\frac{1}{4}; \infty[$   
d)  $L = [6; \infty[$                       h)  $L = ]-\infty, 1]$