

1.3. Prüfungsaufgaben zu Ungleichungen

Aufgabe 1: Mengendarstellungen (4)

- a) Gegeben sind die Mengen $A = \{x \in \mathbb{Q}: 1 \leq x \leq 4\}$ und $B = \{x \in \mathbb{Q}: 2 \leq x \leq 5\}$. Gib die Mengen $A \cup B$, $A \cap B$ und $A \setminus B$ in beschreibender Form an.
- b) Gegeben sind die Mengen $A = \{x \in \mathbb{Q}: 3 \leq x \leq 6\}$ und $B = \{x \in \mathbb{Q}: 2 \leq x \leq 5\}$. Gib die Mengen $A \cup B$, $A \cap B$ und $A \setminus B$ in beschreibender Form an.

Lösungen:

- a) $A \cup B = \{x \in \mathbb{Q}: 1 \leq x \leq 5\}$, $A \cap B = \{x \in \mathbb{Q}: 2 \leq x \leq 4\}$ und $A \setminus B = \{x \in \mathbb{Q}: 1 \leq x < 2\}$.
- b) $A \cup B = \{x \in \mathbb{Q}: 2 \leq x \leq 6\}$, $A \cap B = \{x \in \mathbb{Q}: 3 \leq x \leq 5\}$ und $A \setminus B = \{x \in \mathbb{Q}: 5 < x \leq 6\}$.

Aufgabe 2: Mengendarstellungen (4)

Gib die Mengen \mathbb{N} und \mathbb{Z} in aufzählender sowie die Mengen \mathbb{Q} und $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ in beschreibender Form an.

Lösungen:

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$, $\mathbb{Z} = \{\dots -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$, $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} : m \in \mathbb{Z} \text{ und } n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \right\}$ und $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z} = \left\{ \frac{m}{n} : m \in \mathbb{Z} \text{ und } n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \text{ mit } n \neq k \cdot m \text{ für alle } k \in \mathbb{Z} \right\}$

Aufgabe 3: Lineare Ungleichungen

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen:

- a) $4 - 3x > 10$ $L =]-\infty; -2[$
b) $2 - 6x < 14$ $L =]-2; \infty[$
c) $2(3 - 2x) \leq 10$ $L = [-1, \infty[$
d) $3(1 - x) > -3$ $L =]-\infty; 2[$
e) $6x - 5 > 13$ $L =]3; \infty[$
f) $5x - 14 \geq 1$ $L = [3; \infty[$
g) $(x + 4)(x - 4) < (x - 2)^2$ $L =]-\infty; 5[$
h) $(x + 1)^2 \leq (x - 3)(x + 3)$ $L =]-\infty; -5]$

Aufgabe 4: Bruchungleichungen

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen:

- a) $\frac{6x}{4} - \frac{4x-3}{3} + \frac{x+1}{6} \leq 0$ $L =]-\infty; -\frac{7}{2}]$
b) $\frac{5x-1}{4} \geq \frac{x+3}{2} - \frac{x+5}{5}$ $L =]\frac{15}{19}; \infty[$
c) $\frac{3x-6}{4} - \frac{4x-3}{3} + \frac{x+3}{6} \leq 0$ $L =]-\infty; 0]$
d) $\frac{5x-1}{3} \geq \frac{2x+3}{6} - \frac{3x+5}{9}$ $L = [\frac{1}{6}; \infty[$
e) $\frac{5x+4}{6} - 3 < \frac{9x-5}{8} - 2$ $L =]1; \infty[$
f) $\frac{7-2x}{4} - \frac{3}{8} \geq \frac{8-5x}{12} + 1$ $L =]-\infty; -\frac{7}{2}]$

Aufgabe 5: Textaufgaben

- a) Von welchen einstellig natürlichen Zahlen ist jeweils das Fünffache kleiner als die um 20 vermehrte Zahl?
b) Wie heißen die einstellig natürlichen Zahlen, deren Vierfaches größer ist als die um 15 vermehrte Zahl?
c) Ermitteln sie die geraden natürlichen Zahlen mit zwei Ziffern, deren Dreifaches kleiner ist als die um 40 vermehrte Zahl.

Lösungen:

- a) $4(x + 7) > 5(x + 6) \Leftrightarrow x < -2 \Rightarrow L = \{\}$
b) $5x < x + 20 \Leftrightarrow x < 5 \Rightarrow L = \{0; 1; 2; 3; 4\}$
c) $3x < x + 40 \Leftrightarrow x < 20 \Rightarrow L = \{10; 12; 14; 16; 18\}$