

1.3. Prüfungsaufgaben zu Ungleichungen

Aufgabe 1: Mengendarstellungen (4)

- a) Gegeben sind die Mengen $A = \{x \in \mathbb{Q}: 1 \leq x \leq 4\}$ und $B = \{x \in \mathbb{Q}: 2 \leq x \leq 5\}$. Gib die Mengen $A \cup B$, $A \cap B$ und $A \setminus B$ in beschreibender Form an.
- b) Gegeben sind die Mengen $A = \{x \in \mathbb{Q}: 3 \leq x \leq 6\}$ und $B = \{x \in \mathbb{Q}: 2 \leq x \leq 5\}$. Gib die Mengen $A \cup B$, $A \cap B$ und $A \setminus B$ in beschreibender Form an.

Lösungen:

- a) $A \cup B = \{x \in \mathbb{Q}: 2 \leq x \leq 4\}$, $A \cap B = \{x \in \mathbb{Q}: 1 \leq x \leq 5\}$ und $A \setminus B = \{x \in \mathbb{Q}: 1 \leq x < 2\}$.
- b) $A \cup B = \{x \in \mathbb{Q}: 2 \leq x \leq 6\}$, $A \cap B = \{x \in \mathbb{Q}: 3 \leq x \leq 5\}$ und $A \setminus B = \{x \in \mathbb{Q}: 5 < x \leq 6\}$.

Aufgabe 2: Mengendarstellungen (4)

Gib die Mengen \mathbb{N} und \mathbb{Z} in aufzählender sowie die Mengen \mathbb{Q} und $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ in beschreibender Form an.

Lösungen:

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$, $\mathbb{Z} = \{\dots -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$, $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{m}{n} : m \in \mathbb{Z} \text{ und } n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \right\}$ und $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z} = \left\{ \frac{m}{n} : m \in \mathbb{Z} \text{ und } n \in \mathbb{Z} \setminus \{0\} \text{ mit } n \neq k \cdot m \text{ für alle } k \in \mathbb{Z} \right\}$

Aufgabe 3: Lineare Ungleichungen

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen:

- a) $4 - 3x > 10$ $L =]-\infty; -2[$
- b) $2 - 6x < 14$ $L =]-2; \infty[$
- c) $2(3 - 2x) \leq 10$ $L = [-1, \infty[$
- d) $3(1 - x) > -3$ $L =]-\infty; 2[$
- e) $6x - 5 > 13$ $L =]3; \infty[$
- f) $5x - 14 \geq 1$ $L = [3; \infty[$
- g) $(x + 4)(x - 4) < (x - 2)^2$ $L =]-\infty; 5[$
- h) $(x + 1)^2 \leq (x - 3)(x + 3)$ $L =]-\infty; -5]$

Aufgabe 4: Bruchungleichungen

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Ungleichungen:

- a) $\frac{6x}{4} - \frac{4x-3}{3} + \frac{x+1}{6} \leq 0$ $L =]-\infty; -\frac{7}{2}]$
- b) $\frac{5x-1}{4} \geq \frac{x+3}{2} - \frac{x+5}{5}$ $L =]\frac{15}{19}; \infty[$
- c) $\frac{3x-6}{4} - \frac{4x-3}{3} + \frac{x+3}{6} \leq 0$ $L =]-\infty; 0]$
- d) $\frac{5x-1}{3} \geq \frac{2x+3}{6} - \frac{3x+5}{9}$ $L = [\frac{1}{6}; \infty[$
- e) $\frac{5x+4}{6} - 3 < \frac{9x-5}{8} - 2$ $L =]1; \infty[$
- f) $\frac{7-2x}{4} - \frac{3}{8} \geq \frac{8-5x}{12} + 1$ $L =]-\infty; -\frac{7}{2}]$

Aufgabe 5: Textaufgaben

- a) Von welchen einstellig natürlichen Zahlen ist jeweils das Fünffache kleiner als die um 20 vermehrte Zahl?
- b) Wie heißen die einstellig natürlichen Zahlen, deren Vierfaches größer ist als die um 15 vermehrte Zahl?
- c) Ermitteln sie die geraden natürlichen Zahlen mit zwei Ziffern, deren Dreifaches kleiner ist als die um 40 vermehrte Zahl.

Lösungen:

- a) $4(x + 7) > 5(x + 6) \Leftrightarrow x < -2 \Rightarrow L = \{\}$
- b) $5x < x + 20 \Leftrightarrow x < 5 \Rightarrow L = \{0; 1; 2; 3; 4\}$
- c) $3x < x + 40 \Leftrightarrow x < 20 \Rightarrow L = \{10; 12; 14; 16; 18\}$