1.4. Anwendungsaufgaben zu LGS

Aufgabe 1: Zahlenrätsel (5)
Gesucht sind zwei Zahlen:
Die erste Zahl erhält man, wenn man die zweite Zahl verdoppelt und anschließend 22 abzieht.
Die zweite Zahl erhält man, wenn man die erste Zahl um 38 vermindert.

Lösung $(x \mid y) = (98 \mid 60)$

Aufgabe 2: Zahlenrätsel (5)
Gesucht sind zwei Zahlen:
Die erste Zahl erhält man, wenn man das Doppelte der zweiten Zahl von 14 abzieht.
Die zweite Zahl erhält man, wenn man die erste Zahl zu 16 addiert.

Lösung $(x \mid y) = (-6 \mid 10)$

Aufgabe 3: Mischungsrechnung (8)
Ein Kaufmann bestellte 60 Flaschen Apfelsaft und 40 Flaschen Traubensaft zum Gesamtpreis von 78,00 €. Da der Preis für eine Flasche Apfelsaft um 0,10 € und für eine Flasche Traubensaft um 0,20 € gesenkt wurde, erhielt er für den gleichen Betrag 70 Flaschen Apfelsaft und 50 Flaschen Traubensaft geliefert. Wie viel € kostete ursprünglich eine Flasche Apfelsaft und wie viel eine Flasche Traubensaft?

Lösung

x = ursprünglicher Flaschenpreis Apfelsaft	(1)
y = ursprünglicher Flaschenpreis Traubensaft	(1)
$60x + 40y = 78$	(1)
$70(x - 0{,}10) + 50(y - 0{,}20) = 78$	(1)
$60x + 40y = 78 \quad \vert \cdot (-70)$	
$70x + 50y = 95 \quad \vert \cdot 60$	(1)
$60x + 40y = 78$	
$200y = 240$	(1)
$y = 1{,}20$ €	(1)
$x = 0{,}50$ €	(1)

Aufgabe 4: Mischungsrechnung (8)
Bestellt ein Fahrradhändler 20 Fahrräder der Marke T und 10 Fahrräder der Marke S, so muss er 8000,00 € aufbringen. Würde er 30 Fahrräder der Marke T und 20 Fahrräder der Marke S bestellen, so würde er je Fahrrad der Marke T und je Fahrrad der Marke S 50,00 € einsparen, und die Bestellung käme auf 11000,00 €. Wie hoch sind die Einkaufspreise je Fahrrad der Marke T und je Fahrrad der Marke S bei der erstgenannten Bestellung?

Lösung

x = Einkaufspreis Marke T	(1)
y = Einkaufspreis Marke S	(1)
$20x + 10y = 8000$	(1)
$30(x - 50) + 20(y - 50) = 11000$	(1)
$20x + 10y = 8000 \quad \vert \cdot (-3)$	
$30x + 20y = 13500 \quad \vert \cdot 2$	(1)
$20x + 10y = 8000$	
$10y = 3000$	(1)
$y = 300$ €	(1)
$x = 250$ €	(1)

Aufgabe 5: Darlehen (8)
Zwei Darlehen verhalten sich wie 4 : 3. Das erste Darlehen wird zu 7 %, das zweite zu 6 % ausgeliehen. Wie groß sind die beiden Darlehen, wenn die vierteljährlichen Zinsen insgesamt 460,00 € betragen?

Lösung

x = Wert des ersten Darlehens (1)

y = Wert des zweiten Darlehens (1)

$\frac{x}{y} = \frac{4}{3}$ | $\cdot 3y$ (1)

$\frac{7}{100}x + \frac{6}{100}y = 4 \cdot 460$ | $\cdot 100$ (1)

$3x - 4y = 0$ | $\cdot(-7)$

$7x + 6y = 184000$ | $\cdot 3$ (1)

$3x - 4y = 0$

$46y = 552000$ (1)

$y = 12000$ € (1)

$x = 16000$ € (1)

Aufgabe 6: An- und Verkauf (8)

Ein Antiquitätenhändler ersteigert aus einem Nachlass zwei antike Schränke. Er bezahlt für beide zusammen 3800,00 €. Den einen Schrank verkauft er mit 45 % Preisaufschlag, den anderen Schrank mit 35 % Aufschlag. Der Verkaufspreis für beide Schränke zusammen ist 1468,00 € höher als der Einkaufspreis. Wieviel € hat der Händler für jeden der beiden Schränke bezahlt?

Lösung

x = Kaufpreis für den einen Schrank (1)

y = Kaufpreis für den anderen Schrank (1)

$x + y = 3800$ (1)

$x(1 + \frac{45}{100}) + y(1 + \frac{35}{100}) = 3800 + 1468$ (1)

$x + y = 3800$ | $\cdot 1{,}45$

$1{,}45x + 1{,}35y = 5268$ | $\cdot(-1)$ (1)

$x + y = 3800$

$0{,}10y = 242$ (1)

$y = 2420$ € (1)

$x = 1380$ € (1)

Aufgabe 7: Mischungsrechnung (8)

Ein Kaufmann mischt 50 kg Jamaikakaffee mit 30 kg Guatemalakaffee und verkauft die Mischung mit einem Zuschlag von 115,00 € zum Kilopreis von 17,00 €.

Ein anderes Mal mischt er 20 kg Jamaikakaffee mit 40 kg Guatemalakaffee und verkauft die Mischung mit einem Zuschlag von 120,00 € zum Kilopreis von 18,00 €.

Wieviel € bezahlte er beim Einkauf für 1 kg Jamaikakaffee und 1 kg Guatemalakaffee?

Lösung

x = Einkaufspreis pro Kilo Jamaikakaffee (1)

y = Einkaufspreis pro Kilo Guatemalakaffee (1)

$50x + 30y + 115 = (50 + 30) \cdot 17$ (1)

$20x + 40y + 120 = (20 + 40) \cdot 18$ (1)

$50x + 30y = 1245$ | $\cdot(-2)$

$20x + 40y = 960$ | $\cdot 5$ (1)

$50x + 30y = 1245$

$140y = 2310$ (1)

$y = 16{,}50$ € (1)

$x = 15{,}00$ € (1)

Aufgabe 8: Anlageformen (8)

Ein Bankier erhält für zwei ausgeliehene Kapitalien halbjährlich zusammen 3300,00 € Zinsen. Das eine Kapital wird mit 7 %, das andere Kapital mit 6 % verzinst.

Würden beide Kapitalien mit 6,5 % verzinst, so wären die halbjährlichen Zinsen um insgesamt 5,00 € niedriger.

Wie groß sind die beiden Kapitalien?

Lösung

x = Wert des ersten Darlehens (1)

y = Wert des zweiten Darlehens (1)

$\frac{7}{100}x + \frac{6}{100}y = 2\cdot 330 \quad | \cdot 100$ (1)

$\frac{6{,}5}{100}x + \frac{6{,}5}{100}y = 2\cdot(330-5) \quad | \cdot 100$ (1)

$7x + 6y = 66000 \quad | \cdot(-6{,}5)$

$6{,}5x + 6{,}5y = 65000 \quad | \cdot 7$ (1)

$7x + 6y = 66000$

$6{,}5y = 26000$ (1)

y = 4000 € (1)

x = 6000 € (1)

Aufgabe 9: Mischungsrechnung (5)

Wie viel Liter 10 % ige Salzsäure muss man mit wie vielen Litern 30 % iger Salzsäure mischen, um 3 Liter 15 % ige Salzsäure herzustellen?

Lösung

$$\begin{array}{lllll} 0{,}10\,x & + & 0{,}30\,y & = & 0{,}15\cdot 3 \\ x & + & y & = & 3 \end{array}$$

⇒ x = 0,75 Liter 30 % ige und y = 2,25 Liter 10 % ige Säure

Aufgabe 10: Mischungsrechnung (5)

Wie viel Liter 10 % ige Schwefelsäure muss man mit wie vielen Litern 90 % iger Schwefelsäure mischen, um 4 Liter 20 % ige Schwefelsäure herzustellen?

Lösung

$$\begin{array}{lllll} 0{,}10\,x & + & 0{,}90\,y & = & 0{,}20\cdot 4 \\ x & + & y & = & 4 \end{array}$$

⇒ x = 3,5 Liter 10 % ige und y = 0,5 Liter 90 % ige Säure

Aufgabe11: Anlagenformen (5)

Ein Anleger hat 2 Papiere gekauft, von denen eines mit 9 % und das andere mit 9,5 % verzinst werden. Am Ende des Jahres erhält er aus den beiden Papieren einen Ertrag von 465 €. Im folgenden Jahr führt ein um 1% gestiegener Zinssatz zu einer Ertragssteigerung von 50 €. Wie viel € hatte der Anleger in den beiden Papieren angelegt?

Lösung

$$\begin{array}{lllll} 0{,}09x & + & 0{,}095y & = & 465 \\ 0{,}10x & + & 0{,}105y & = & 515 \end{array}$$

⇒ (x;y) = (2000;3000)

Aufgabe 12: Geschenke

Für insgesamt 700.– € sollen in einem Betrieb 44 Geschenke zu 10.– €, 20.– € und 50.– € so gekauft werden, dass jede Preislage mindestens einmal vertreten ist. Beim Einkauf ist darauf zu achten, dass die Anzahl der billigeren Geschenke zehnmal so groß ist, wie die Anzahl der Geschenke für 50.– €. Stelle ein System von 3 Gleichungen auf und bestimme die Lösungsmenge.

Lösung

$$\begin{array}{lllllll} x & + & y & + & z & = & 44 \\ x & + & y & - & 10z & = & 0 \\ 10x & + & 20y & + & 50z & = & 700 \end{array}$$

⇒ (x;y;z) = (30;10;4)

Aufgabe13: Quersumme

Die Quersumme einer dreistelligen Zahl ist 6. Werden die Hunderter und die Einerziffern vertauscht, so erhöht sich der Wert der Zahl um 198. Wie lautet die Zahl, wenn ihre Einerziffer um 1 größer ist als die Zehnerziffer? Anleitung: Die drei Unbekannten sind Hunderterziffer x, Zehnerziffer y und Einerziffer z.

Lösung:

Mit (1) $x + y + z = 6$,

(2) $(100x + 10y + z) - (100z + 10y + x) = -198$ und

(3) $-y + z = 1$

erhält man das LGS

$$\begin{array}{ccccccc} x & + & y & + & z & = & 6 \\ 99x & & & - & 99z & = & -198 \\ & & -y & - & z & = & 1 \end{array}$$

$\Rightarrow (x;y;z) = (1;2;3)$

Aufgabe 14 (5)

Eine Ferienwohnung wurde 6 Tage von Familie A und 8 Tage von Familie B bewohnt. Der Gesamtmietpreis von 1295 € soll nun im Verhältnis 6 : 8 aufgeteilt werden. Wieviel müssen Familie A und Familie B dann jeweils zahlen?

Lösung

Für die beiden Anteile a von Familie A und b von Familie B in € gelten die beiden Gleichungen 1295 = a + b und $\frac{6}{8} = \frac{a}{b} \Leftrightarrow b = \frac{4}{3}a$. Durch Einsetzen erhält man $1295 = a + \frac{4}{3}a = \frac{7}{3}a \Rightarrow$ Familie A zahlt $a = \frac{3}{7} \cdot 1295 =$ 555 € und Familie B: 1295 € − 555 € = 740 €. (5)