

## 1.5. Aufgaben zu Quadratwurzeln

### Aufgabe 1: Intervallhalbierungsverfahren

Berechne  $\sqrt{3}$  auf zwei Nachkommastellen genau mit Hilfe der Intervallhalbierung. Verwende das Startintervall  $\{x \in \mathbb{Q}: 1 \leq x \leq 2\}$  und gib alle Zwischenintervalle an.

### Aufgabe 2: Intervallschreibweise

Gib die folgenden Mengen in Intervallschreibweise an.

- |  |  |
|--|--|
| a) $A = \{x \in \mathbb{R}: x < 0\}$     | d) $D = \{x \in \mathbb{R}: 2 \leq x < 45\}$                 |
| b) $B = \{x \in \mathbb{R}: x \leq 0\}$  | e) $E = \{x \in \mathbb{R}: 2 \leq x\}$                      |
| c) $C = \{x \in \mathbb{R}: 4 < x < 8\}$ | f) $F = \{x \in \mathbb{R}: x < -2 \text{ oder } x \geq 3\}$ |

### Aufgabe 3: Intervallschreibweise

Gib die folgenden Mengen (wenn möglich) in Intervallschreibweise an

- |                       |                              |
|-----------------------|------------------------------|
| a) $[1;3] \cup ]2;4[$ | e) $[0; \infty[ \cap ]-1;3[$ |
| b) $[1;3[ \cup ]2;4[$ | f) $[1;2] \setminus \{2\}$   |
| c) $[2;3] \cap [3;4]$ | g) $[1;3] \setminus ]2;3[$   |
| d) $[2;3[ \cap [3;4]$ | h) $[-1;4[ \setminus ]0;1[$  |

### Aufgabe 4: Quadratwurzeln

Gib den Definitionsbereich der beiden Ausdrücke  $(\sqrt{x})^2$  und  $\sqrt{x^2}$  an. Setze, wenn möglich, die Zahlen  $-2, -1, 0, 1$  und  $2$  ein und vergleiche.

### Aufgabe 5: Quadratische Gleichungen

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

- |                    |   |
|--------------------|---|
| a) $x^2 = 49$      | e) $16x^2 + 1 = 0$                              |
| b) $x^2 = 0,09$    | f) $(2x - 1)^2 = (x - 2)^2 + 9$                 |
| c) $x^2 = 1000$    | g) $(6x - 5)^2 = (7x - 6)(5x - 2) - 2(8x - 11)$ |
| d) $3x^2 - 75 = 0$ | h) $(x + 7)(x - 7) = (5 + x)(5 - x) - 2$        |

### Aufgabe 6: Quadratische Bruchgleichungen

Bestimme die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen:

- |  |  |
|--|--|
| a) $\frac{2x}{x-1} = \frac{x+3}{x+2} + \frac{2}{x-1}$    | c) $\frac{x-6}{x+6} + \frac{x+6}{x-6} = \frac{70}{x^2-36}$   |
| b) $\frac{x-2}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}$ | d) $\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} - 2 = \frac{4}{x^2-1}$ |

### Aufgabe 7: Vereinfachen von Wurzelausdrücken

Vereinfache soweit wie möglich:

- |   |  |                                      |   |
|---|--|--------------------------------------|---|
| a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2}$                        | e) $\frac{\sqrt{\frac{1}{3}}}{\sqrt{\frac{3}{4}}}$ | i) $\frac{\sqrt{x^2 y^3}}{\sqrt{y}}$ | m) $(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})$                   |
| b) $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{20a}$                     | f) $\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}}$                   | j) $(\sqrt{a^2 y^3})^2$              | n) $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2$                        |
| c) $\sqrt{\frac{3}{4}x} \cdot \sqrt{\frac{3}{16}x}$ | g) $\frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{b}}$                   | k) $\sqrt{(2m+3n)^2}$                | o) $5\sqrt{a} - (7\sqrt{b} + 3\sqrt{a}) - \sqrt{a}$ |
| d) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$                     | h) $\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{\frac{x}{y}}}$          | l) $(\sqrt{12} + \sqrt{3})\sqrt{3}$  | p) $5\sqrt{a} + 6\sqrt{b} - 8\sqrt{b} + 7\sqrt{a}$  |

**Aufgabe 8: teilweises Wurzelziehen**

Ziehe die Wurzel teilweise:

- a)  $\sqrt{32}$       c)  $\sqrt{4a}$       e)  $\sqrt{98a^5b^3}$       g)  $\sqrt{9a+9b}$       i)  $\sqrt{12u^3v^3-8u^2v^2}$   
 b)  $\sqrt{72}$       d)  $\sqrt{25a^2b}$       f)  $\sqrt{54xy^3}$       h)  $\sqrt{8ab^2+12ab^3}$       j)  $\sqrt{9x^2y^3-18x^2}$

**Aufgabe 9: Nenner rational machen**

Ziehe die Wurzel teilweise und mache den Nenner rational.

- a)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$       c)  $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$       e)  $\frac{\sqrt{63}-\sqrt{28}}{\sqrt{80}+\sqrt{125}}$       g)  $\frac{\sqrt{98}-\sqrt{32}}{\sqrt{48}+\sqrt{27}}$       i)  $\frac{\sqrt{x+y}}{\sqrt{x-y}}$   
 b)  $\frac{7}{\sqrt{63}}$       d)  $\frac{\sqrt{24}-\sqrt{72}}{\sqrt{20}}$       f)  $\frac{\sqrt{72}-\sqrt{50}}{\sqrt{75}+\sqrt{108}}$       h)  $\frac{6\sqrt{7}}{\sqrt{12}+5\sqrt{3}}$       j)  $\frac{\sqrt{x^2+2xy+y^2}}{\sqrt{x+y}}$

**Aufgabe 10: Vereinfachen von Wurzelausdrücken**

Mache den Nenner rational mit Hilfe der 3. binomischen Formel

- a)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}-2}$       d)  $\frac{1}{\sqrt{7}+\sqrt{10}}$       g)  $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$   
 b)  $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$       e)  $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$       h)  $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$   
 c)  $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$       f)  $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{6}}{\sqrt{7}+\sqrt{6}}$       i)  $\frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

**Aufgabe 11: Vereinfachen von Wurzelausdrücken**

Vereinfache, ziehe die Wurzeln teilweise und mache den Nenner rational:

- a)  $3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{3}-2\sqrt{2}$       g)  $\sqrt{9u^2-6uv+v^2}$       m)  $\sqrt{\frac{3}{25x^2}} \cdot \sqrt{\frac{a^2}{108}}$   
 b)  $3\sqrt{5}+2\sqrt{3}-5\sqrt{5}+\sqrt{3}+2\sqrt{5}$       h)  $\sqrt{5x^2+10xy+5y^2}$       n)  $\sqrt{\frac{108}{a^2}} \cdot \sqrt{\frac{25x^2}{3}}$   
 c)  $(\sqrt{24}-\sqrt{27})(\sqrt{28}+\sqrt{18})$       i)  $\frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$       o)  $\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}}$   
 d)  $(\sqrt{a}-\sqrt{2b})(\sqrt{2a}+\sqrt{b})$       j)  $\sqrt{6xy} \cdot \sqrt{24xy}$       p)  $\frac{5}{\sqrt{3}}-\frac{2}{\sqrt{2}}$   
 e)  $\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x} \cdot \sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}$       k)  $\frac{\sqrt{75x^3y^5}}{\sqrt{32z}} \cdot \frac{\sqrt{z^7}}{\sqrt{6xy^3}}$       q)  $\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{y}-\sqrt{x}}$   
 f)  $\sqrt{2x}-2y^2$       l)  $\frac{\sqrt{x^5}}{\sqrt{6ab^3}} \cdot \frac{\sqrt{75a^3b^5}}{\sqrt{32x}}$       r)  $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$

**Aufgabe 12: Wurzelgleichungen**

Gib die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen an.

- a)  $\sqrt{x}=3$       d)  $3\sqrt{x-1}=\sqrt{4x+1}$   
 b)  $\sqrt{x+1}=4$       e)  $\sqrt{5x}=\sqrt{4x+9}$   
 c)  $\sqrt{4x-12}+3=7$       f)  $\sqrt{9x+1}=2\sqrt{2x+1}$

## 1.5. Lösungen zu den Aufgaben zu Quadratwurzeln

### Aufgabe 1: Intervallhalbierungsverfahren

linke Grenze	rechte Grenze
1	2
1,5	2
1,5	1,75
1,625	1,75
1,6875	1,75
1,71875	1,75
1,71875	1,734375
1,7265625	1,734375
1,73046875	1,734375

$$\Rightarrow 1,730 < \sqrt{3} < 1,734$$

### Aufgabe 2: Intervallschreibweise

- a)  $A = ]-\infty; 0[$    b)  $B = ]-\infty; 0[$    c)  $C = ]4; 8[$    d)  $D = [2; 45[$    e)  $E = [2; \infty[$    f)  $F = ]-\infty; -2[ \cup ]3; \infty[$

### Aufgabe 3: Intervallschreibweise

- a)  $[1; 4[$    c)  $\{3\}$    e)  $[0; 3[$    g)  $[1; 2] \cup \{3\}$   
 b)  $[1; 4[$    d)  $\{\}$    f)  $[1; 2[$    h)  $[-1; 0] \cup [1; 4[$

### Aufgabe 4: Quadratwurzeln

$(\sqrt{x})^2$  ist nur für  $x \geq 0$  definiert,  $\sqrt{x^2}$  dagegen für alle  $x \in \mathbb{R}$ !

### Aufgabe 5: Quadratische Gleichungen

- a)  $L = \{-7; 7\}$    e)  $L = \{\}$   
 b)  $L = \{-0,3; 0,3\}$    f)  $L = \{-2; 2\}$   
 c)  $L = \{-10\sqrt{10}; 10\sqrt{10}\}$    g)  $L = \{-3; 3\}$   
 d)  $L = \{-5; 5\}$    h)  $L = \{-6; 6\}$

### Aufgabe 6: Quadratische Bruchgleichungen

- a)  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$  und  $L = \{-1\}$    c)  $D = \mathbb{R} \setminus \{-6; 6\}$  und  $L = \{\}$   
 b)  $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$  und  $L = \{0\}$    d)  $D = \mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$  und  $L = D$

### Aufgabe 7: Vereinfachen von Wurzelausdrücken

- a) 4   e)  $\frac{2}{3}$    i)  $xy$    m) 4  
 b)  $10a$    f)  $x$    j)  $a^2y^3$    n)  $a + 2\sqrt{ab} + b$   
 c)  $\frac{3}{8}x$    g)  $\frac{a}{b}$    k)  $2m + 3n$    o)  $\sqrt{a} - 7\sqrt{b}$   
 d) 6   h)  $y$    l) 9   p)  $12\sqrt{a} - 2\sqrt{b}$

### Aufgabe 8: teilweises Wurzelziehen

- a)  $4\sqrt{2}$    c)  $2\sqrt{a}$    e)  $7a^2b\sqrt{2ab}$    g)  $3\sqrt{a+b}$    i)  $2uv\sqrt{3uv-2}$   
 b)  $6\sqrt{2}$    d)  $5a\sqrt{b}$    f)  $3y\sqrt{6xy}$    h)  $2b\sqrt{2a+3ab}$    j)  $3x\sqrt{y^3-2}$

### Aufgabe 9: Nenner rational machen

- a)  $\frac{\sqrt{5}}{5}$    c)  $\frac{\sqrt{6}+3}{3}$    e)  $\frac{\sqrt{35}}{45}$    g)  $\frac{3\sqrt{6}}{21}$    i)  $\frac{\sqrt{x^2-y^2}}{x-y}$   
 b)  $\frac{\sqrt{7}}{3}$    d)  $\frac{\sqrt{30}-3\sqrt{10}}{5}$    f)  $\frac{\sqrt{6}}{33}$    h)  $\frac{6\sqrt{21}}{21}$    j)  $\sqrt{x+y}$

**Aufgabe 10: Vereinfachen von Wurzelausdrücken**

a)  $-\sqrt{15} - 2\sqrt{5}$

d)  $\frac{\sqrt{10} - \sqrt{7}}{3}$

g)  $2\sqrt{6} - 5$

b)  $\sqrt{10} - \sqrt{6}$

e)  $\frac{\sqrt{a} + \sqrt{b}}{a - b}$

h)  $\frac{x - 2\sqrt{xy} + y}{x - y}$

c)  $\frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$

f)  $11 - 2\sqrt{42}$

i)  $\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x - y}$

**Aufgabe 11: Vereinfachen von Wurzelausdrücken**

a)  $3\sqrt{3}$

g)  $3u - v$

m)  $\frac{18}{5ax}$

b)  $3\sqrt{3}$

h)  $\sqrt{5}(x + y)$

n)  $\frac{18}{5ax}$

c)  $4\sqrt{42} - 6\sqrt{21} + 12\sqrt{3} - 9\sqrt{6}$

i)  $\sqrt{a} - \sqrt{b}$

o)  $\sqrt{x} - \sqrt{y}$

d)  $\sqrt{2a} - \sqrt{ab} - \sqrt{2b}$

j)  $12xy$

p)  $\frac{5}{3}\sqrt{3} - \sqrt{2}$

e)  $2x$

k)  $\frac{5}{8}xyz^3$

q)  $-\sqrt{xy}$

f)  $2x - 4y\sqrt{2x} + 4y^2$

l)  $\frac{5}{8}x^2ab$

r)  $\frac{a + 2\sqrt{ab} + b}{a - b}$

**Aufgabe 12: Wurzelgleichungen**

a)  $D = [0; \infty [$  und  $L = \{9\}$

d)  $D = [1; \infty [$  und  $L = \{2\}$

b)  $D = [-1; \infty [$  und  $L = \{15\}$

e)  $D = [0; \infty [$  und  $L = \{9\}$

c)  $D = [-3; \infty [$  und  $L = \{7\}$

f)  $D = [-\frac{1}{9}; \infty [$  und  $L = \{3\}$