

1.6. Aufgaben zu Potenzen

Aufgabe 1: Potenzen mit natürlichen Exponenten

Berechne ohne Taschenrechner

- | | | | | |
|------------|------------|-------------|---------------|----------------------------------|
| a) $1,2^2$ | d) $0,5^2$ | g) $0,07^2$ | j) -2^3 | m) $\left(\frac{2}{5}\right)^4$ |
| b) $0,1^3$ | e) $0,4^3$ | h) $0,03^4$ | k) $-0,3^4$ | n) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ |
| c) $1,5^2$ | f) $0,2^4$ | i) $(-2)^3$ | l) $(-0,3)^3$ | o) $\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ |

Aufgabe 2: Potenzen mit natürlichen Exponenten

Schreibe als Potenz mit möglichst einfacher Basis

- | | | | | |
|--------|--------|------------|-------------|-----------|
| a) 125 | d) 243 | g) 100 000 | j) 0,008 | m) 0,027 |
| b) 64 | e) 216 | h) 0,01 | k) 0,08 (!) | n) 0,0016 |
| c) 625 | f) 512 | i) 0,000 1 | l) 0,064 | o) 1,44 |

Aufgabe 3: Potenzen mit negativen Exponenten

Formuliere die negativen Exponenten als Brüche und vereinfache soweit wie möglich

- | | | | | |
|-----------------------|----------------------------|----------------|------------------------------------|--|
| a) 4^{-2} | d) $3^{-4} \cdot 3^5$ | g) $(-x)^{-6}$ | j) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ | m) $\left(\frac{m}{n}\right)^{-k}$ |
| b) 10^{-3} | e) $a^3 \cdot a^{-2}$ | h) $-u^{-3}$ | k) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$ | n) $\frac{4}{x^2 - y^2} \cdot \left(\frac{2}{x+y}\right)^{-2}$ |
| c) $5^{-5} \cdot 5^1$ | f) $(2x^{-4}) : (3x^{-5})$ | i) $(-k)^{-2}$ | l) $\left(\frac{5}{7}\right)^{-1}$ | o) $(2a - 5b)^{-2} \cdot (8a^2 - 50b^2)$ |

Aufgabe 4: Potenzen mit negativen Exponenten

Formuliere die Brüche als Potenzen mit negativen Exponenten

- | | | | | |
|---------------------|--------------------|------------------------|-------------------------|---------------------------------------|
| a) $\frac{1}{1000}$ | c) $\frac{7}{x^3}$ | e) $4 + \frac{5}{x^n}$ | g) $\frac{7}{x+y}$ | i) $\frac{2}{z^{-2}} - \frac{1}{z}$ |
| b) $\frac{1}{64}$ | d) $\frac{a}{5^x}$ | f) $\frac{1}{y} - 6$ | h) $\frac{5c}{(a+b)^2}$ | j) $\frac{5}{a^2} - \frac{3}{a^{-4}}$ |

Aufgabe 5: Normdarstellung

Schreibe in Normdarstellung

- | | | | | |
|---------|------------|-----------------------|------------------------|-------------------------|
| a) 1000 | c) 120000 | e) 0,000026 | g) $23 \cdot 10^2$ | i) $6023 \cdot 10^{20}$ |
| b) 0,1 | d) 0,00123 | f) $0,245 \cdot 10^4$ | h) $0,6 \cdot 10^{-5}$ | j) 5^3 |

Aufgabe 6: Potenzen mit gleichen Basen

Vereinfache soweit wie möglich

- | | |
|---|--|
| a) $3x^3 + 2y^4 - x^3 + 6y^4$ | c) $7a^2x^2 + 5m^2n^2 - (8m^2n^2 - 4a^2x^2) - 2a^2x^2$ |
| b) $12a^3b^2 - (3a^2b^3 + 5a^3b^2) - 2a^2b^3$ | d) $14a^2x^2 - (3m^2n^2 - 4a^2x^2) - (2m^2n^2 + a^2x^2)$ |

Aufgabe 7: Potenzen mit gleichen Basen

Vereinfache soweit wie möglich

- | | | | |
|---------------------------------|---|------------------------------|--|
| a) $x^2(x^3 + x^4)$ | e) $(a^2 + a^3)(a^2 - a^3)$ | i) $\frac{a^9}{a^5}$ | m) $(21b^8 - 28b^4 + 14b^5) : 7b^3$ |
| b) $y^{2a}(y^{3a+1} - y^{a-4})$ | f) $(4y^3 - 6x^7)(4y^3 + 6x^7)$ | j) $\frac{k^{23}}{k^{17}}$ | n) $(4z^{a+3} + 16z^{2a+5} - 12z^{a+4}) : 2z^a$ |
| c) $(x^2 + y^3)^2$ | g) $(2a^5 + 3b^3)(2a^3 - 2b^4)$ | k) $\frac{k^{2m}}{k^3}$ | o) $\frac{15x^{-5}b^8}{35a^7b^{-2}} \cdot \frac{21x^3y^4}{9x^{-2}a^{-3}b^{10}}$ |
| d) $(3m^2 + 5m^7)^2$ | h) $(4a^2b^3 - b^5) \cdot (2ab + b^2)^{-1}$ | l) $\frac{m^{4b}}{m^{2b+7}}$ | p) $\frac{r^3s^2 + 2r^4s^4 + r^5s^6}{r^3s^3 + r^4s^5} : \frac{r^2s - r^3s^3}{r^2s^2 - 2r^3s^4 + r^4s^6}$ |

Aufgabe 8: Potenzen mit gleichen Exponenten

Vereinfache soweit wie möglich

a) $4^4 \cdot 3^4 \cdot 0,25^4$ c) $(x+y)^8 \cdot (x-y)^8$ e) $\frac{24^3}{8^3}$ g) $\frac{0,4^2}{0,5^2}$ i) $\frac{27a^3}{8b^3}$ k) $\frac{(16x^4 - 25y^{-2})^n}{(4x^2 - \frac{5}{y})^n}$
b) $5^x \cdot 4^x$ d) $(-x)^5 \cdot (-y)^5 \cdot z^5$ f) $\frac{2,6^4}{1,3^4}$ h) $\frac{(12x)^m}{(3x)^m}$ j) $\frac{(2a+3b)^{-5}}{(4a^2-9b^2)^{-5}}$ l) $\frac{(16r^4 - 24r^2s^3 + 9s^6)^4}{(16r^4 - 9s^6)^4}$

Aufgabe 9: Potenzen von Potenzen

Vereinfache soweit wie möglich

a) $(2^3)^4$ d) $(x^3)^m$ g) $(5a^2b^7)^4$ j) $\left(\frac{5a^m b^n}{10p^7 q^3}\right)^{10}$ m) $\left(\frac{x^{-(8+n)} a^n y^0}{x^{-8} a^1 y^{-1}} : \frac{x^n a^{-2} y^{-n}}{x^{n-1}}\right)^{-2}$
b) $(10^3)^5$ e) $x^2(y^3)^4$ h) $5(m^4 n^5)^4$ k) $\frac{(6a^6 b^8)^4}{(3a^5 b^2)^4}$ n) $\left(\frac{8a^4 y^2}{27a^5 b}\right)^2 \cdot \left(\frac{9a^2 x^{-2}}{4yb}\right)^3 \cdot \left(\frac{a^{-2}}{x^3 b^3}\right)^{-2}$
c) $(a^5)^3$ f) $(x^2 y^3)^4$ i) $\left(\frac{4a^3 b^2}{2x^4 y^3}\right)^2$ l) $\frac{4(xy^{-1})^3}{(2x^{-2} y^2)^{-3}}$ o) $\left(\frac{a^2 - b^2}{(x-y)^3}\right)^m \cdot \frac{((x^2 - y^2)^m)^3}{(a+b)^m} \cdot \frac{(a-b)^{-m}}{(x+y)^m}$

Aufgabe 10: Die n-te Wurzel

Berechne ohne Taschenrechner:

a) $\sqrt[3]{8}$ b) $\sqrt[4]{10000}$ c) $\sqrt[10]{1024}$ d) $\sqrt[5]{1024}$ e) $\sqrt[3]{64}$ f) $\sqrt[6]{64}$

Aufgabe 11: Potenzgesetze und n-te Wurzel

Formuliere die Potenzen als Wurzeln und berechne ohne Taschenrechner, wenn möglich.

a) $3^{\frac{1}{2}}$ d) $x^{\frac{3}{4}}$ g) $a^{\frac{x}{y}}$ j) $p^{-\frac{a}{b}}$ m) $8^{\frac{2}{3}}$ p) $\left(\frac{27}{64}\right)^{\frac{2}{3}}$
b) $4^{\frac{1}{3}}$ e) $b^{\frac{2}{5}}$ h) $x^{-\frac{1}{3}}$ k) $16^{\frac{1}{2}}$ n) $100^{\frac{3}{2}}$ q) $\left(\frac{27}{125}\right)^{\frac{2}{3}}$
c) $4^{\frac{2}{3}}$ f) $(3x)^{\frac{2}{3}}$ i) $k^{-\frac{2}{3}}$ l) $27^{\frac{1}{3}}$ o) $\left(\frac{9}{16}\right)^{\frac{1}{2}}$ r) $\left(\frac{25}{49}\right)^{\frac{3}{2}}$

Aufgabe 12: Potenzgesetze und n-te Wurzel

Formuliere die Wurzeln als Potenzen und vereinfache soweit wie möglich.

a) \sqrt{x} d) $\sqrt[3]{a^3}$ g) $\sqrt[3]{x} \cdot \sqrt{x}$ j) $\sqrt[7]{5^5} : \sqrt[3]{5^2}$ m) $\sqrt{\sqrt{x}}$ p) $\sqrt{\sqrt[3]{16} \cdot \sqrt[9]{64}}$
b) $\sqrt[4]{k}$ e) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ h) $\sqrt[3]{x^4} \cdot \sqrt[4]{x^5}$ k) $\sqrt[5]{y^3} : \sqrt[4]{y^5}$ n) $\sqrt[5]{\sqrt[4]{y}}$ q) $\sqrt{a + 2\sqrt{ax} + x}$
c) $\sqrt[5]{x^4}$ f) $\frac{1}{\sqrt[5]{x^2}}$ i) $\sqrt{a} : \sqrt[3]{a}$ l) $\sqrt[9]{m} \cdot \sqrt[9]{n}$ o) $\sqrt{\sqrt{625}}$ r) $\sqrt[3n]{(a-4b)^{-3} \cdot (a+4\sqrt{ab} + 4b)^3}$

Aufgabe 13: Potenzgesetze

Vereinfache soweit wie möglich und gib jeweils die benutzte Regel oder Definition an.

a) $(\sqrt[4]{16})^3$ d) $\frac{x^{\frac{7}{3}} \cdot x^{\frac{2}{5}}}{x^9 \cdot x^9}$ g) $\left(\sqrt[4]{a^8 b^0 c^4}\right)^2$ j) $12b^2 c \cdot \sqrt{\frac{5a}{24b^2 c}} \cdot \sqrt{30ac}$
b) $\sqrt[3]{a^2 b} \cdot \sqrt[3]{b^2 a}$ e) $\frac{x^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{x}} \cdot \frac{3x^{\frac{5}{3}}}{x \cdot \sqrt[3]{x}}$ h) $\sqrt{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \cdot \sqrt{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ k) $\sqrt{2v^2 - v} \sqrt{6v^2 - (v\sqrt{2})^2}$
c) $\sqrt[5]{\sqrt[2]{32}}$ f) $\sqrt[3]{\frac{x^8}{y^7}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x}{y^5}}$ i) $\frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{y}}}$ l) $(u-v) \cdot \sqrt{1 + \frac{4uv}{(u-v)^2}}$

Aufgabe 14: Potenzgleichungen

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen.

a) $x^4 = 16$ e) $x^n = a$ mit $a > 0$ und n gerade i) $x^4 - 162 = 0$
b) $x^4 = -16$ f) $x^n = a$ mit $a < 0$ und n gerade j) $(x-3)^4 - 16 = 0$
c) $x^3 = 16$ g) $x^n = a$ mit $a > 0$ und n ungerade k) $3(x+2)^3 + 24 = 0$
d) $x^3 = -16$ h) $x^n = a$ mit $a < 0$ und n ungerade l) $5(x-2)^3 - 135 = 0$

1.6. Lösungen zu den Aufgaben zu Potenzen

Aufgabe 1: Potenzen mit natürlichen Exponenten

- | | | | | |
|----------|-----------|----------------|------------|---------------------|
| a) 1,44 | d) 0,25 | g) 0,0049 | j) -8 | m) $\frac{16}{625}$ |
| b) 0,001 | e) 0,064 | h) 0,000 00081 | k) -0,0081 | n) $\frac{1}{8}$ |
| c) 2,25 | f) 0,0016 | i) -8 | l) 0,0081 | o) $-\frac{8}{27}$ |

Aufgabe 2: Potenzen mit natürlichen Exponenten

- | | | | | |
|----------|----------|------------|-------------|------------|
| a) 5^3 | d) 3^5 | g) 10^5 | j) $0,2^3$ | m) $0,3^3$ |
| b) 2^6 | e) 6^3 | h) $0,1^2$ | k) $0,08^1$ | n) $0,2^4$ |
| c) 5^4 | f) 2^9 | i) $0,1^4$ | l) $0,4^3$ | o) $1,2^2$ |

Aufgabe 3: Potenzen mit negativen Exponenten

- | | | | | |
|---------------------|-------------------|---------------------|-------------------|---------------------------------|
| a) $\frac{1}{16}$ | d) 3 | g) $\frac{1}{x^6}$ | j) 8 | m) $\left(\frac{n}{m}\right)^k$ |
| b) $\frac{1}{1000}$ | e) a | h) $-\frac{1}{u^3}$ | k) $\frac{25}{9}$ | n) $\frac{x+y}{x-y}$ |
| c) $\frac{1}{625}$ | f) $\frac{2x}{3}$ | i) $\frac{1}{k^2}$ | l) $\frac{7}{5}$ | o) $\frac{4a+10b}{2a-5b}$ |

Aufgabe 4: Potenzen mit negativen Exponenten

- | | | | | |
|--------------|--------------|----------------|-------------------|-------------------|
| a) 10^{-3} | c) $7x^{-3}$ | e) $4+5x^{-n}$ | g) $7(x+y)^{-1}$ | i) $2z^2-z^{-1}$ |
| b) 2^{-6} | d) $a5^{-x}$ | f) $y^{-1}-6$ | h) $5c(a+b)^{-2}$ | j) $5a^{-2}-3a^4$ |

Aufgabe 5: Normdarstellung

- | | | | | |
|----------------------|-------------------------|------------------------|----------------------|--------------------------|
| a) $1 \cdot 10^3$ | c) $1,2 \cdot 10^5$ | e) $2,6 \cdot 10^{-5}$ | g) $2,3 \cdot 10^3$ | i) $6,023 \cdot 10^{23}$ |
| b) $1 \cdot 10^{-1}$ | d) $1,23 \cdot 10^{-3}$ | f) $2,45 \cdot 10^3$ | h) $6 \cdot 10^{-6}$ | j) $1,25 \cdot 10^2$ |

Aufgabe 6: Potenzen mit gleichen Basen

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| a) $2x^3+8y^4$ | c) $9a^2x^2-3m^2n^2$ |
| b) $7a^3b^2-5a^2b^3$ | d) $17a^2x^2-5m^2n^2$ |

Aufgabe 7: Potenzen mit gleichen Basen

- | | | | |
|--------------------------|--------------------------------|---------------|-------------------------|
| a) x^5+x^6 | e) a^4-a^6 | i) a^4 | m) $3b^5-4b+2b^2$ |
| b) $y^{5a+1}-y^{3a-4}$ | f) $16y^6-36x^{14}$ | j) k^6 | n) $2z^3+8z^{a+5}-6z^4$ |
| c) $x^4+2x^2y^3+y^6$ | g) $4a^8-4a^5b^4+6a^2b^3-6b^7$ | k) k^{2m-3} | o) y^4a^{-4} |
| d) $9m^4+30m^9+25m^{14}$ | h) $b^2(2a-b)$ | l) m^{2b-7} | p) $1-r^2s^4$ |

Aufgabe 8: Potenzen mit gleichen Exponenten

- | | | | | | |
|-----------|------------------|-------|--------------------|-----------------------------------|---|
| a) 3^4 | c) $(x^2-y^2)^8$ | e) 27 | g) $\frac{16}{25}$ | i) $\left(\frac{3a}{2b}\right)^3$ | k) $(4x^2+\frac{5}{y})^n$ |
| b) 20^x | d) $(xyz)^5$ | f) 16 | h) 4^m | j) $(2a-3b)^5$ | l) $\left(\frac{4r^2+3s^3}{4r^2-3s^3}\right)^4$ |

Aufgabe 9: Potenzen von Potenzen

- | | | | | |
|--------------|----------------|-----------------------------|--|---------------------------------------|
| a) 2^{12} | d) x^{3m} | g) $625a^8b^{28}$ | j) $\frac{a^{10m}b^{10n}}{1024p^{70}q^{30}}$ | m) $\left(\frac{x}{ay}\right)^{2n+2}$ |
| b) 10^{15} | e) x^2y^{12} | h) $5m^{16}n^{20}$ | k) $16a^4b^{24}$ | n) a^8by |
| c) a^{15} | f) x^8y^{12} | i) $\frac{4a^6b^4}{x^8y^6}$ | l) $32x^9y^3$ | o) $(x+y)^{2m}$ |

Aufgabe 10: Die n-te Wurzel

- a) 2 b) 10 c) 2 d) 4 e) 4 f) 2

Aufgabe 11: Potenzgesetze und n-te Wurzel

- a) $\sqrt{3}$ d) $\sqrt[4]{x^3}$ g) $\sqrt[y]{a^x}$ j) $\frac{1}{\sqrt[b]{p^a}}$ m) 4 p) $\frac{9}{16}$
- b) $\sqrt[3]{4}$ e) $\sqrt[5]{b^2}$ h) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$ k) 4 n) 1000 q) $\frac{9}{25}$
- c) $2\sqrt[3]{2}$ f) $\sqrt[3]{9x^2}$ i) $\frac{1}{\sqrt[3]{k^2}}$ l) 3 o) $\frac{3}{4}$ r) $\frac{125}{343}$

Aufgabe 12: Potenzgesetze und n-te Wurzel

- a) $x^{\frac{1}{2}}$ d) $a^{\frac{3}{7}}$ g) $x^{\frac{5}{6}}$ j) $\sqrt[2]{5}$ m) $\sqrt[8]{x}$ p) 2
- b) $k^{\frac{1}{4}}$ e) $x^{-\frac{1}{3}}$ h) $x^{\frac{31}{12}}$ k) $y^{-\frac{13}{20}}$ n) $\sqrt[20]{y}$ q) $\sqrt{a} + \sqrt{x}$
- c) $x^{\frac{4}{5}}$ f) $x^{-\frac{2}{5}}$ i) $\sqrt[6]{a}$ l) $\sqrt[n]{m \cdot n}$ o) 5 r) $\sqrt[n]{\frac{a+2\sqrt{b}}{a-2\sqrt{b}}}$

Aufgabe 13: Potenzgesetze

- a) 8 d) 1 g) a^4c^2 j) 30abc
- b) ab e) $3x^{\frac{2}{3}}$ h) $\sqrt{x-y}$ k) 0
- c) $\sqrt{2}$ f) $\frac{x^3}{y^4}$ i) $\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{y}}$ l) $u+v$

Aufgabe 14: Potenzgleichungen

Bestimme die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen.

- a) $L = \{\pm 2\}$ e) $L = \{\pm \sqrt[n]{a}\}$ i) $L = \{\pm 3\sqrt[4]{2}\}$
- b) $L = \{\}$ f) $L = \{\}$ j) $L = \{\pm 2 + 3\}$
- c) $L = \{2\sqrt[3]{2}\}$ g) $L = \{\sqrt[n]{a}\}$ k) $L = \{-4\}$
- d) $L = \{-2\sqrt[3]{2}\}$ h) $L = \{-\sqrt[n]{a}\}$ l) $L = \{5\}$