

## 1.7. Aufgaben zu Logarithmen

### Aufgabe 1: Logarithmus

Verwandle folgende Potenzgleichungen in Logarithmgleichungen:

- a)  $2^6 = 64$       c)  $4^4 = 256$       e)  $8^1 = 8$       g)  $10^{-3} = 0,001$       i)  $36^{0,5} = 6$   
 b)  $3^3 = 27$       d)  $9^0 = 1$       f)  $3^{-1} = \frac{1}{3}$       h)  $2^{-5} = \frac{1}{32}$       j)  $243^{0,2} = 3$

### Aufgabe 2: Logarithmus

Verwandle folgende Logarithmgleichungen in Potenzgleichungen

- a)  $\log_3(81) = 4$       c)  $\log_6(36) = 2$       e)  $\log_8(1) = 0$       g)  $\log_3(9) = 2$       i)  $\log_6(3) = 0,5$   
 b)  $\log_4(64) = 3$       d)  $\log_2(64) = 6$       f)  $\log_5(5) = 1$       h)  $\log_7(49) = 2$       j)  $\log_{64}(2) = \frac{1}{6}$

### Aufgabe 3: Logarithmus

Berechne die folgenden Logarithmen und mache die Probe

- a)  $\log_2(16)$       c)  $\log_{10}(10000)$       e)  $\log_{10}(0,001)$       g)  $\log_2(0,5)$       i)  $\log_3\left(\frac{1}{27}\right)$   
 b)  $\log_3(27)$       d)  $\log_{10}(0,1)$       f)  $\log_5(0,2)$       h)  $\log_2(0,125)$       j)  $\log_2\left(\frac{1}{256}\right)$

### Aufgabe 4: Logarithmengesetze

Vereinfache und berechne soweit wie möglich:

- a)  $\log_2(a) - \log_2(b)$       d)  $(\log_a(a^2))^{-3} + (\log_a(1))^3$       g)  $\log_a(x^2) + \log_a\left(\frac{1}{x^2}\right)$   
 b)  $\log(x+y) - \log(x)$       e)  $\frac{1}{2}\log(4) + 3\cdot\log(6) - 2\cdot\log(3\cdot 2^2)$       h)  $-\frac{1}{3}\log(x^2y^{-2}z) + \frac{1}{3}\log(x^{-1}yz)$   
 c)  $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) + \log_a(b)$       f)  $2\cdot\log(x) + \frac{1}{2}\log(x^4) - \log(x^2)$       i)  $\log_t\sqrt{a} + \log_t\sqrt{(ab)^{-1}} + \frac{1}{2}\cdot\log_t(b)$

### Aufgabe 5: Logarithmengesetze

Vereinfache und berechne soweit wie möglich mit dem Taschenrechner

- a)  $\log_3(5)$       c)  $\log_{1,1}(100)$       e)  $\log_2(5^3)$       g)  $\log_2\left(\frac{x}{8}\right)$       i)  $\log_a\sqrt[3]{a}$   
 b)  $\log_2\left(\frac{1}{3}\right)$       d)  $\log_4(24)$       f)  $\log_2\left(\frac{32}{3}\right)$       h)  $\log_a(s^{-1,5})$       j)  $\log_a\left(\frac{1}{ay}\right)$

### Aufgabe 6: Logarithmgleichungen

Bestimme Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen durch Exponieren

- a)  $\log_3(x) = 2$       e)  $\log_5(x) = 0$       i)  $2\cdot\log_a(x) - \log_a(x+6) = 0$       m)  $\log_2(x^2 - 1) = 3$   
 b)  $\log_4(x) = 4$       f)  $\log_4(x) = 0,5$       j)  $\log_2(x) + \log_2(x+2) = 3$       n)  $\log_3(x^2 + 2x + 2) = -1$   
 c)  $\log_3(x) = 3$       g)  $\log_2(x-1) = 0$       k)  $\log_x(2) = 0,25$       o)  $\log_2(2x - x^2) = 1$   
 d)  $\log_5(x) = -3$       h)  $\log(5x-1) = 1$       l)  $\log_x(81) = -4$       p)  $2\log(x+5) = \log(x^2)$

### Aufgabe 7: Exponentialgleichungen

Bestimme Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen durch Logarithmieren

- a)  $2^{x+1} = 8$       d)  $7^x = 1$       g)  $\left(\frac{7}{9}\right)^{3x+7} = \left(\frac{9}{7}\right)^{3x-5}$       j)  $3^x \cdot 2^x = 36^{x-1}$   
 b)  $10^x = -100$       e)  $a^{x+5} = a^{12}$       h)  $(2^{x-3})^{x-4} = (2^{x-2})^{x-7}$       k)  $2^{-x} \cdot 10^{-x+1} = \frac{1}{40}$   
 c)  $1^x = 2$       f)  $4^{x+1} = \left(\frac{1}{8}\right)^2$       i)  $(5^{x+1})^2 = (25^4)^{x-1} \cdot 5^{-x}$       l)  $(x^2 - 8x - 9) \cdot 3^x = 0$

### Aufgabe 8: Substitution

Bestimme Definitions- und Lösungsmenge der folgenden Gleichungen durch Substitution

- a)  $3^{2x} + 8 \cdot 3^x = 0$       c)  $2^{2x-2} + 2 \cdot 2^x = -(2^3 + 2^x)$       e)  $(\log_2(x))^2 - \frac{11}{4} \cdot \log_2(x) - \frac{3}{4} = 0$   
 b)  $4^x - 16^x = -2$       d)  $49^x - 8 \cdot 7^{x-1} = -7^{-1}$       f)  $(\log_3(x))^2 - \log_3(x) - 6 = 0$

## 1.7. Lösungen zu den Aufgaben zu Logarithmen

### Aufgabe 1: Logarithmus

- a)  $\log_2(64) = 6$       c)  $\log_4(256) = 4$       e)  $\log_8(8) = 1$       g)  $\log_{10}(0,001) = -3$       i)  $\log_{36}(6) = \frac{1}{2}$   
 b)  $\log_3(27) = 3$       d)  $\log_9(1) = 0$       f)  $\log_3\left(\frac{1}{3}\right) = -1$       h)  $\log_2\left(\frac{1}{32}\right) = -5$       j)  $\log_{243}(3) = \frac{1}{5}$

### Aufgabe 2: Logarithmus

- a)  $3^4 = 81$       c)  $6^2 = 36$       e)  $8^0 = 1$       g)  $3^2 = 9$       i)  $9^{0,5} = 3$   
 b)  $4^3 = 64$       d)  $2^6 = 64$       f)  $5^1 = 5$       h)  $7^2 = 49$       j)  $64^{1/6} = 2$

### Aufgabe 3: Logarithmus

- a) 4      c) 4      e) -3      g) -1      i) -3  
 b) 3      d) -1      f) -1      h) -3      j) -8

### Aufgabe 4: Logarithmengesetze

- a)  $\log_2\left(\frac{a}{b}\right)$       d)  $\frac{1}{8}$       g) 0  
 b)  $\log\left(1 + \frac{y}{x}\right)$       e)  $\log(3)$       h)  $\log\left(\frac{y}{x}\right)$   
 c)  $2 \cdot \log_a(b) - \log_2(c)$       f)  $2 \log(x)$       i) 0

### Aufgabe 5: Logarithmengesetze

- a)  $\frac{\log(5)}{\log(3)} \approx 1,46$       c)  $\frac{\log(100)}{\log(1,1)} \approx 48,3$       e)  $3 \frac{\log(5)}{\log(2)} \approx 6,97$       g)  $\log_2(x) - 3$       i)  $\frac{1}{3}$   
 b)  $-\frac{\log(3)}{\log(2)} \approx 1,58$       d)  $\frac{\log(24)}{\log(4)} \approx 2,29$       f)  $5 - \frac{\log(3)}{\log(2)} \approx 3,41$       h)  $-1,5 \log_a(s)$       j)  $-1 - \log_a(y)$

### Aufgabe 6: Logarithmgleichungen

- a)  $D = ]0; \infty[$ ,  $L = \{9\}$       e)  $D = ]0; \infty[$ ,  $L = \{1\}$       i)  $D = ]0; \infty[$ ,  $L = \{3\}$       m)  $D = \mathbb{R} \setminus ]-1; 1[$ ,  $L = \{-3; 3\}$   
 b)  $D = ]0; \infty[$ ,  $L = \{256\}$       f)  $D = ]0; \infty[$ ,  $L = \{2\}$       j)  $D = ]0; \infty[$ ,  $L = \{2\}$       n)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{\}$   
 c)  $D = ]0; \infty[$ ,  $L = \{27\}$       g)  $D = ]1; \infty[$ ,  $L = \{2\}$       k)  $D = ]0; \infty[$ ,  $L = \{16\}$       o)  $D = [0; 2]$ ,  $L = \{\}$   
 d)  $D = ]0; \infty[$ ,  $L = \left\{\frac{1}{125}\right\}$       h)  $D = ]\frac{1}{5}; \infty[$ ,  $L = \left\{\frac{4}{5}\right\}$       l)  $D = ]0; \infty[$ ,  $L = \left\{\frac{1}{3}\right\}$       p)  $D = ]-5; \infty[$ ,  $L = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$

### Aufgabe 7: Exponentialgleichungen

- a)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{2\}$       d)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{0\}$       g)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$       j)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{2\}$   
 b)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{\}$       e)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{7\}$       h)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{1\}$       k)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{2\}$   
 c)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{\}$       f)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{-4\}$       i)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{2\}$       l)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{-1; 9\}$

### Aufgabe 8: Substitution

- a)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{\}$       c)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{\}$       e)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \left\{8; \sqrt[4]{\frac{1}{2}}\right\}$   
 b)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \left\{\frac{1}{2}\right\}$       d)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \{-1; 0\}$       f)  $D = \mathbb{R}$ ,  $L = \left\{27; \frac{1}{9}\right\}$