

2.1. Aufgaben zu geometrischen Grundbegriffen

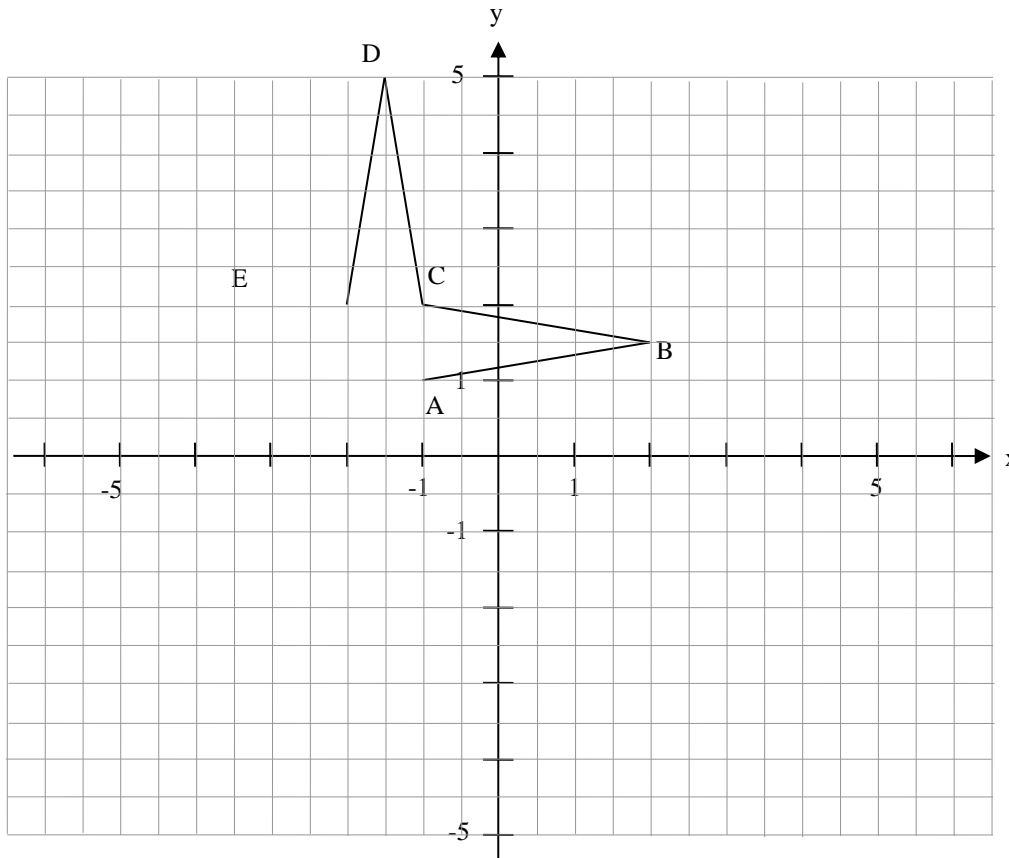
Aufgabe 1

Zeichne 5 beliebige Punkte A, B, C, D, und E in dein Heft.

- Zeichne alle möglichen Verbindungsstrecken. Wie viele sind es?
- Zeichne alle möglichen Verbindungsgeraden. Wie viele sind es?
- Wie viele Verbindungsgeraden kann es höchstens und wie viele muss es mindestens geben?

Aufgabe 2

- Ergänze die untenstehende Figur zu einem regelmäßigen vierzackigen Stern und gib die Koordinaten aller Punkte an.
- Zeichne die Geraden AB und EF ein. Wie lässt sich ihre Lage zueinander beschreiben? Wie viele solcher Geradenpaare gibt es in dem Stern?



Aufgabe 3

Gegeben sind die Punkte $A(-4|-1)$, $B(4|3)$, $C(-4|5)$, $D(4|-3)$, $A'(-4|-4)$ und $C'(-4|2)$

- Zeichne die Geraden $g = (AB)$ und $h = (CD)$ in ein gemeinsames Koordinatensystem.
- Zeichne die Parallele g' zu g durch A' und die Parallele h' zu h durch C' in das Koordinatensystem aus a).
- Bestimme die Koordinaten aller Schnittpunkte der vier Geraden.
- Die Schnittpunkte aus c) bilden ein Viereck mit charakteristischen Eigenschaften. Beschreibe diese Eigenschaften in Worten.

Aufgabe 4

Gegeben sind die Punkte $A(-4|3)$, $A'(-4|2)$, $B(3|3)$ und $M(3|1)$.

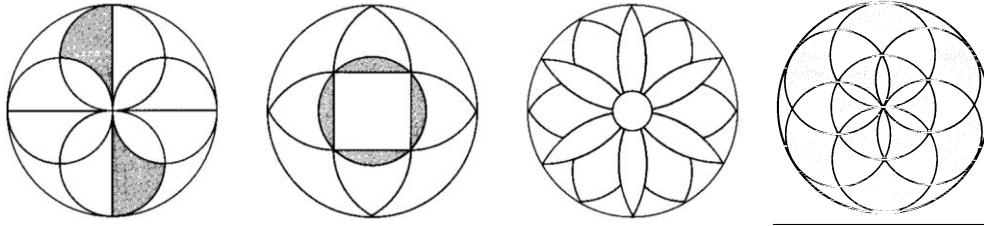
- Zeichne die beiden Geraden $g = (AB)$ und $h = (A'B)$.
- Zeige mit Hilfe eines Zirkels, dass der Punkt M näher an h als an g liegt.

Aufgabe 5

Zeichne einen Kreis mit Radius $r = 3$ cm um den Mittelpunkt $M(4|-1)$ in ein Koordinatensystem. Zeichne außerdem **jeweils** alle Geraden durch den Punkte $A(-4|-1)$, $B(-3|-1)$, $C(-2|-1)$, $D(-1|-1)$, $E(0|-1)$, $F(1|-1)$ und $G(2|-1)$ ein, die den Kreis berühren, ohne ihn zu schneiden. In welchen Fällen gibt es zwei, eine bzw. keine solche Gerade? Formuliere eine passende Regel.

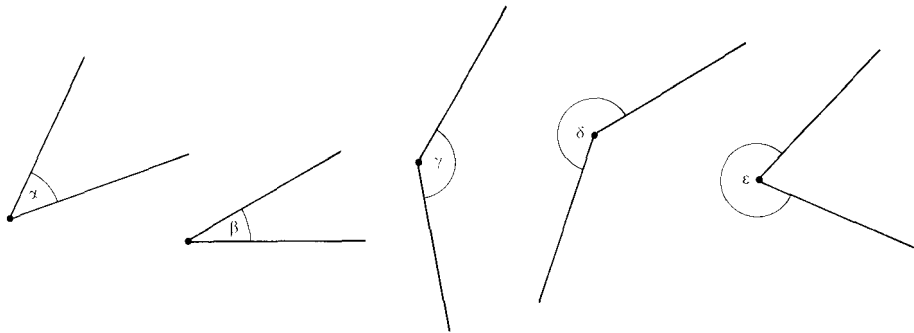
Aufgabe 6

Übertrage die unten abgebildeten Kreisfiguren mit dem Radius $r = 4$ cm für den großen Kreis in dein Heft.



Aufgabe 7

Bestimme die Größe der folgenden 5 Winkel:



Aufgabe 8

Zeichne die folgenden Winkel mit dem gleichen Anfangsschenkel:

- a) $30^\circ, 70^\circ, 110^\circ, 200^\circ$ und 320° b) $37^\circ, 83^\circ, 128^\circ, 212^\circ, 297^\circ$

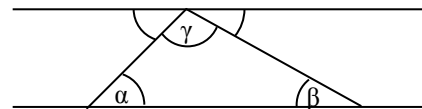
Aufgabe 9

Zeichne das Dreieck ABC in ein Koordinatensystem. Bestimme die Innenwinkel α, β und γ und berechne ihre Summe. Was stellst Du fest?

- a) A(1|2), B(8|3) und C(3|7) b) A(0|3), B(10|1) und C(8|8) c) A(1|7), B(3|3) und C(9|4)

Aufgabe 10

Zeige anhand der nebenstehenden Skizze, dass die Summe der Innenwinkel in einem Dreieck immer 180° ist: $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$



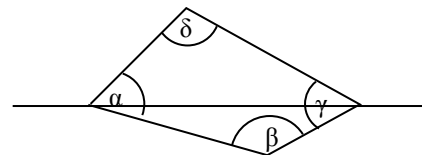
Aufgabe 11

Zeichne das Viereck ABCD in ein Koordinatensystem. Bestimme die Innenwinkel α, β, γ und δ und berechne ihre Summe. Was stellst Du fest?

- a) A(0|0), B(6|0), C(5|5), D(2|6) b) A(1|4), B(5|4), C(7|0), D(7|7) c) A(0|1), B(10|1), C(6|5), D(5|2)

Aufgabe 12

Zeige anhand der nebenstehenden Skizze und mit Hilfe von Aufgabe 10, dass die Summe der Innenwinkel in einem Viereck immer 360° ist: $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$

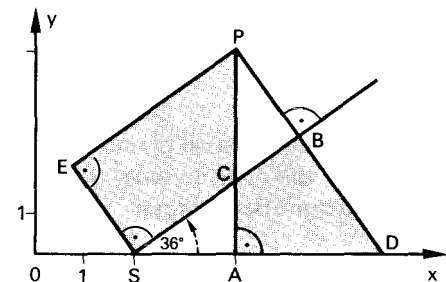
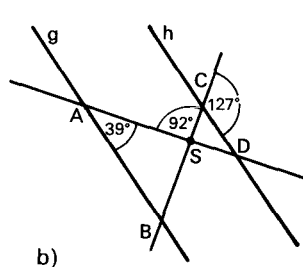
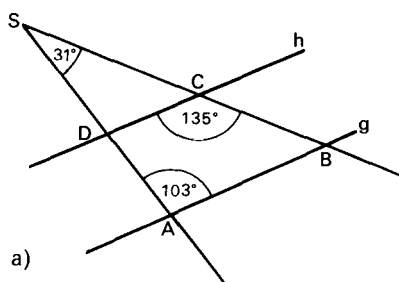


Aufgabe 13

Entscheide und begründe, ob die Geraden g und h parallel sind!

Aufgabe 14

Berechne die fehlenden Winkel in den Vierecken ACBD und SCPE:



2.1. Lösungen zu den Aufgaben zu geometrischen Grundbegriffen.

Aufgabe 1

- a) Es gibt in jedem Fall $4 + 3 + 2 + 1 = 10$ Verbindungsstrecken.
 b), c) Es gibt 1, 5, 8 oder 10 Verbindungsgeraden, je nachdem, ob alle 5, 4, 3 oder jeweils nur 2 Punkte auf einer gemeinsamen Geraden liegen.

Aufgabe 2

- a) $A(-1|1)$, $B(2|1,5)$, $C(-1|2)$, $D(-1,5|5)$, $E(-2|2)$, $F(-5|1,5)$, $G(-2|1)$ und $H(-1,5|-2)$
 b) Die Geraden AB und EF, BC und FG, CD und GH sowie GA und DE sind jeweils **parallel** zueinander

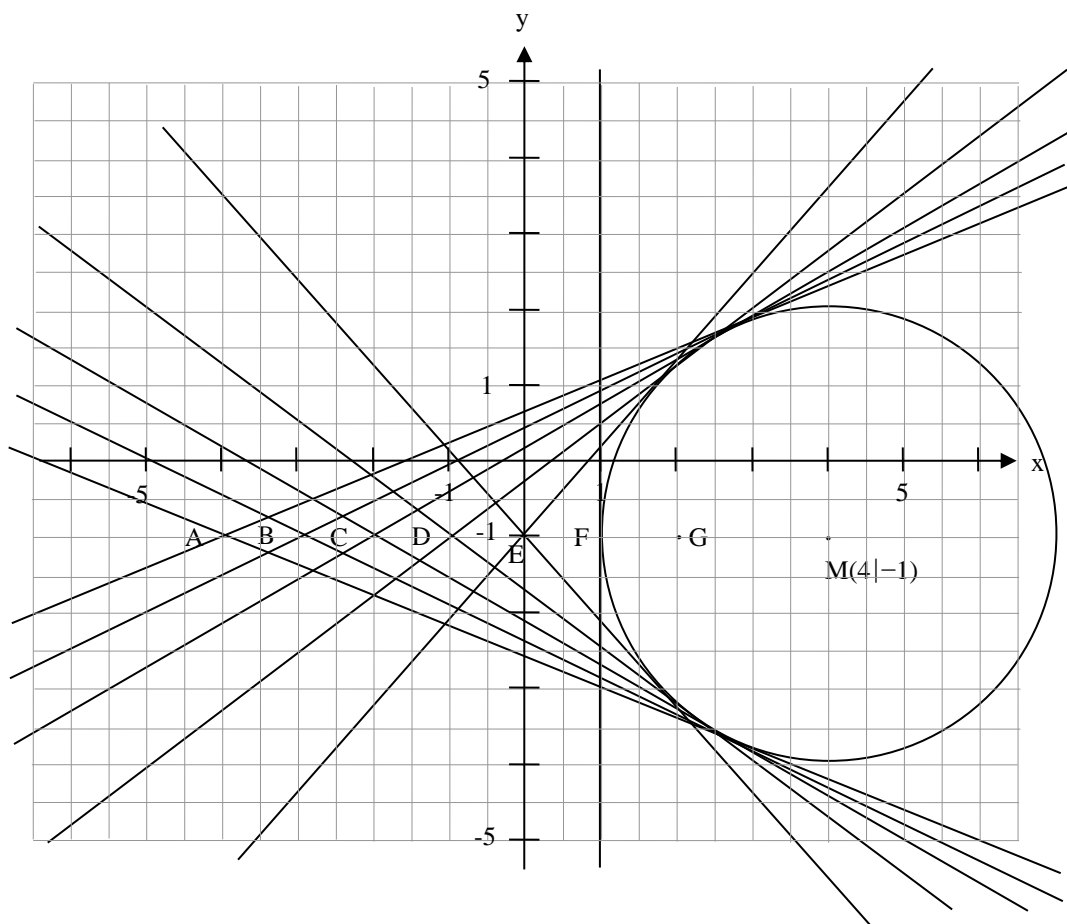
Aufgabe 3

- a) $g: y = 0,5x + 1$ und $h: y = -x + 1$
 b) $g': y = 0,5x - 2$ und $h': y = -x - 2$
 c) $S_{gh}(0|1)$, $S_{g'h}(-2|3)$, $S_{gh'}(-2|0)$ und $S_{g'h'}(0|-2)$
 d) Die Schnittpunkte bilden ein Parallelogramm: Gegenüberliegende Seiten sind gleich lang und parallel zueinander.

Aufgabe 4

Der Kreis um M mit Radius 2 cm berührt g in B. Der Kreis schneidet h in B und einem weiteren Punkt B'. Da alle Punkte innerhalb des Kreises einen Abstand kleiner als 2 cm von M haben und h Punkte innerhalb des Kreises enthält, ist h näher an M als g.

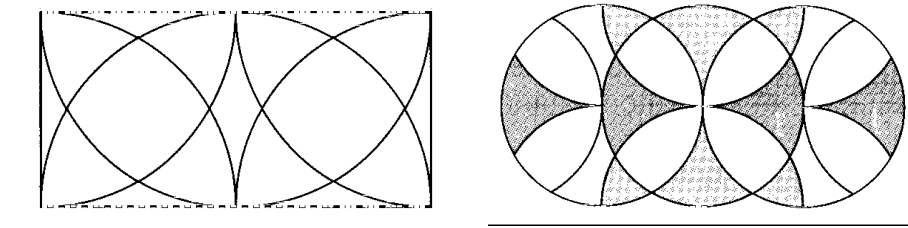
Aufgabe 5



Es gibt **zwei** Berührgeraden, wenn der Punkt **außerhalb** des Kreises liegt, **eine** Berührgerade, wenn der Punkt genau **auf** dem Kreis liegt und **keine** Berührgerade, wenn der Punkt **innerhalb** des Kreises liegt.

Aufgabe 6

Zusätzliche Kreisfiguren:



Aufgabe 7

$$\alpha = 45^\circ, \beta = 30^\circ, \gamma = 140^\circ, \delta = 220^\circ, \varepsilon = 290^\circ$$

Aufgabe 8

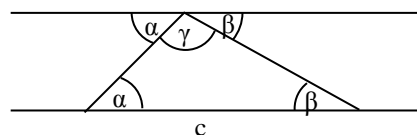
(Selbstkontrolle mit Geodreieck)

Aufgabe 9

- a) $\alpha = 60,0^\circ, \beta = 46,8^\circ$ und $\gamma = 73,2^\circ$
- b) $\alpha = 43,3^\circ, \beta = 62,8^\circ$ und $\gamma = 73,9^\circ$
- c) $\alpha = 42,9^\circ, \beta = 107,1^\circ$ und $\gamma = 30,0^\circ$

Aufgabe 10

Die Winkel α und β erscheinen ein zweites Mal als Scheitelwinkel zur Parallelen der Seite c durch den Punkt C . Offensichtlich ist $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$



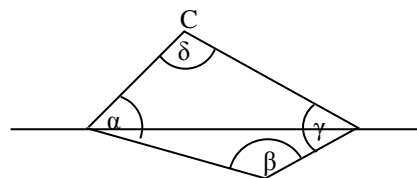
Aufgabe 11

- a) $\alpha = 71,6^\circ, \beta = 55,5^\circ, \gamma = 119,7^\circ$ und $\varepsilon = 113,1^\circ$
- b) $\alpha = 26,6^\circ, \beta = 116,5^\circ, \gamma = 26,6^\circ$ und $\varepsilon = 190,3^\circ$
- c) $\alpha = 11,3^\circ, \beta = 135,0^\circ, \gamma = 63,4^\circ$ und $\varepsilon = 150,3^\circ$

Aufgabe 12

Durch Zerlegung in zwei Dreiecke mit den Innenwinkeln $\alpha_1, \gamma_1, \varepsilon$ und $\alpha_2, \beta, \gamma_2$, deren Summe jeweils 180° ist, ergibt sich:

$$\alpha + \beta + \gamma + \varepsilon = \alpha_1 + \gamma_1 + \varepsilon + \alpha_2 + \beta + \gamma_2 = 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ.$$



Aufgabe 13

- a) Im Dreieck SDC ist der Nebenwinkel $\sphericalangle(SCD) = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$. Nach dem Winkelsummensatz ist dann $\sphericalangle(CDS) = 180^\circ - 31^\circ - 45^\circ = 104^\circ \neq 103^\circ$. Es handelt sich also nicht um Stufenwinkel und daher ist g **nicht parallel** zu h !
- b) Im Dreieck ABS ist der Nebenwinkel $\sphericalangle(ASB) = 180^\circ - 92^\circ = 88^\circ$. Nach dem Winkelsummensatz ist dann $\sphericalangle(SBA) = 180^\circ - 39^\circ - 88^\circ = 53^\circ$. Der Nebenwinkel $180^\circ - 53^\circ = 127^\circ$ ist ein Stufenwinkel zu dem Winkel an C und daher ist g **parallel** zu h !

Aufgabe 14

In dem rechtwinkligen Dreieck SAC ist $\sphericalangle(SCA) = 180^\circ - 36^\circ - 90^\circ = 44^\circ$. Die beiden Nebenwinkel $\sphericalangle(PCS)$ und $\sphericalangle(ACB)$ sind dann $180^\circ - 44^\circ = 156^\circ$. Im Viereck $SCPE$ ist der letzte Winkel $\sphericalangle(EPC) = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 156^\circ = 44^\circ$ ($\Rightarrow EP \parallel (SB)$!). Im Viereck $ACDB$ ist der Scheitelwinkel $\sphericalangle(CBD) = 90^\circ$ und der letzte Winkel $\sphericalangle(BDA) = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 156^\circ = 44^\circ$ ($\Rightarrow (DB) \parallel (ES)$).