

## 2.10. Aufgaben zu Körperberechnungen

### Aufgabe 1

Vervollständige die folgende Tabelle:

a	4,2 cm	7,8 cm		0,5 mm	2,4 dm		
b	5,5 m	1,5 cm	2,5 cm	1,2 cm	0,4 m		1 cm
c	2,5 dm		3,6 dm			6 dm	
V		35,1 cm <sup>3</sup>	31,5 dm <sup>3</sup>			216 dm <sup>3</sup>	2 cm <sup>3</sup>
O				49,5 mm <sup>2</sup>	26,6 dm <sup>2</sup>	228 dm <sup>2</sup>	10 cm <sup>2</sup>

### Aufgabe 2

Berechne die Oberfläche und das Volumen eines 6 cm hohen senkrechten Prismas, dessen Grundflächen ein regelmäßiges n-Eck mit der Seitenlänge 1 cm ist, wobei

- a)  $n = 3$       b)  $n = 6$       c)  $n = 8$

### Aufgabe 3

Ein senkrechtes Prisma mit der Höhe a hat gleichseitige Dreiecke mit der Seitenlänge a als Grundseiten. Berechne das Volumen eines Körpers, der aus dem Prisma so hergestellt wird:

- a) Man zeichnet auf die Grundflächen ein

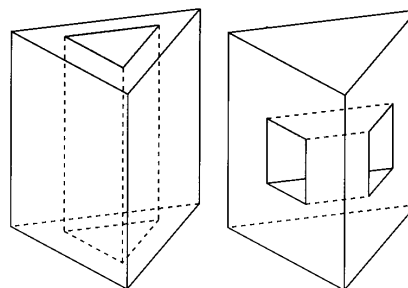
gleichseitiges Dreieck mit der Seitenlänge  $\frac{a}{2}$ , das

die gleichen Symmetrieachsen wie die Grundfläche hat. Dann entfernt man das innere Prisma.

- b) Man zeichnet auf zwei Mantelquadrate je ein

Quadrat der Seitenlänge  $\frac{a}{3}$ ; das die gleichen

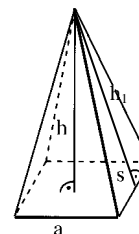
Symmetrieachsen wie das Mantelquadrat hat. Dann entfernt man innere Prisma.



### Aufgabe 4

Vervollständige die folgende Tabelle für eine regelmäßige 4-seitige Pyramide:

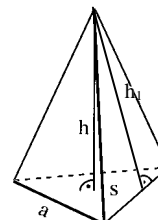
a	3,2 cm		4,8 cm	6,4 m	
h		4,2 cm			2,4 dm
h <sub>1</sub>	3,5 cm	5,6 cm			
s			7,2 cm		
G					
M					
O					
V				42 m <sup>3</sup>	4,1 dm <sup>3</sup>



### Aufgabe 5

Vervollständige die folgende Tabelle für eine regelmäßige 3-seitige Pyramide:

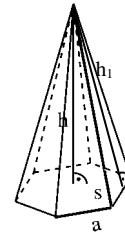
a	4,5 cm	2,7 cm		6,4 m	
h		4,2 cm	4,2 cm		2,4 dm
h <sub>1</sub>					
s	4,5 cm		5,6 cm		
G					
M					
O					
V				42 m <sup>3</sup>	4,1 dm <sup>3</sup>



### Aufgabe 6

Vervollständige die folgende Tabelle für eine regelmäßige 6-seitige Pyramide:

a	3,0 cm	3,5 cm		6,4 m	
h		4,0 cm	2,5 cm		2,4 dm
$h_1$					
s	5,5 cm		4,0 cm		
G					
M					
O					
V				$42 \text{ m}^3$	$4,1 \text{ dm}^3$

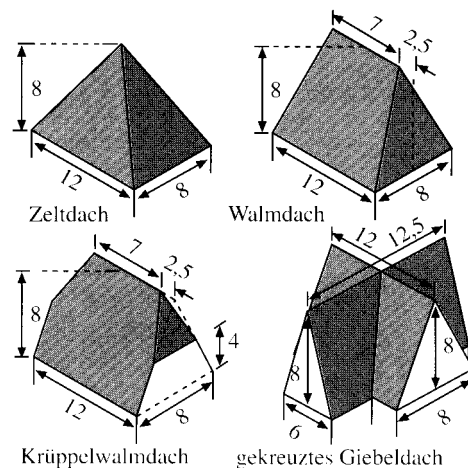


### Aufgabe 7

Berechne den Dachraum und die Oberfläche der abgebildeten Dächer; alle Maße sind in m und auf 0,05 m genau.

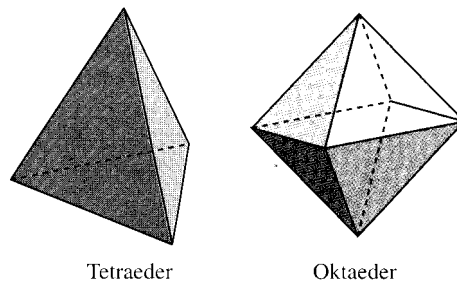
### Aufgabe 8

Eine regelmäßige 4-seitige Pyramide der Höhe 4,0 cm und der Grundkantenlänge 4,5 cm wird in einer Höhe von 2,5 cm parallel zur Grundfläche durchgeschnitten. Bestimme das Volumen und die Oberfläche des **Pyramidenstumpfes** mit Hilfe einer Skizze. Hinweis: Verwende eine zentrische Streckung.



### Aufgabe 9

- Eine 3-seitige Pyramide mit gleich langen Kanten heißt Tetraeder. Bestimme Volumen und Oberfläche eines Tetraeders der Kantenlänge a.
- Ein Körper, dessen Oberfläche aus 8 kongruenten gleichseitigen Dreiecken besteht, heißt Oktaeder. Bestimme Volumen und Oberfläche eines Oktaeders, dessen Kanten die Länge a haben.



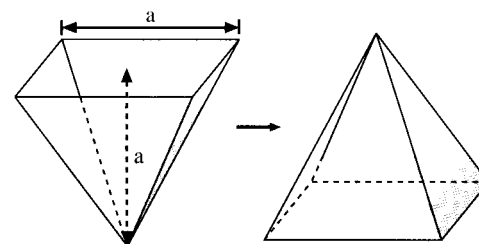
### Aufgabe 10

In welcher Höhe muss man eine Pyramide parallel zur Grundfläche durchschneiden, um ihren Rauminhalt zu halbieren?

### Aufgabe 11

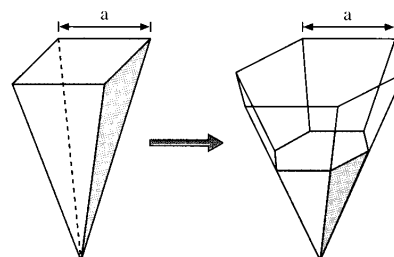
Ein Hohlkörper von der Form einer regelmäßigen 4-seitigen Pyramide mit Grundkante und Höhe a wird, wenn die Spitze unten ist, bis zur Höhe  $\frac{2}{3}a$  mit Wasser gefüllt und dann die Spitze nach oben gedreht.

- Wie hoch steht das Wasser dann in dem Hohlkörper?
- Was ergibt sich in a), wenn der Hohlkörper die Form einer dreiseitigen Pyramide hat?



### Aufgabe 12

Ein Hohlkörper von der Form einer regelmäßigen 4-seitigen Pyramide mit der Grundkante a und der Höhe 2 a wird, wenn die Spitze unten ist, vollständig mit Wasser gefüllt. Dann wird das Wasser in eine regelmäßige 6-seitige Pyramide mit gleicher Grundkantenlänge a und gleicher Höhe 2 a gegossen. Wie hoch steht das Wasser in dieser Pyramide, wenn die Spitze unten (oben) ist?



### Aufgabe 13

Vervollständige die folgende Tabelle für einen Zylinder mit Radius  $r$  und Höhe  $h$ :

r	5,2 cm				
h		0,45 dm			3,5 cm
G			28 m <sup>2</sup>		72 cm <sup>2</sup>
M				72 cm <sup>2</sup>	
O					
V	98 cm <sup>3</sup>	21 dm <sup>3</sup>	45 m <sup>3</sup>	64 cm <sup>3</sup>	

### Aufgabe 14

- Eine Rolle von 2,4 mm dickem Eisendraht mit einer Dichte von  $\rho = 7,85 \text{ g/cm}^3$  hat eine Masse von  $m = 13,5 \text{ kg}$ . Wie lang ist der Draht?
- Aus 4 g Gold mit einer Dichte  $\rho = 19,3 \text{ g/cm}^3$  kann eine 1000 m langer Draht gezogen werden. Wie dick ist der Draht?
- Eine Thermometeröhre wird durch 88 mg Quecksilber der Dichte  $\rho = 13,6 \text{ g/cm}^3$  bei Raumtemperatur 60 cm hoch gefüllt. Welchen Durchmesser hat die Röhre?

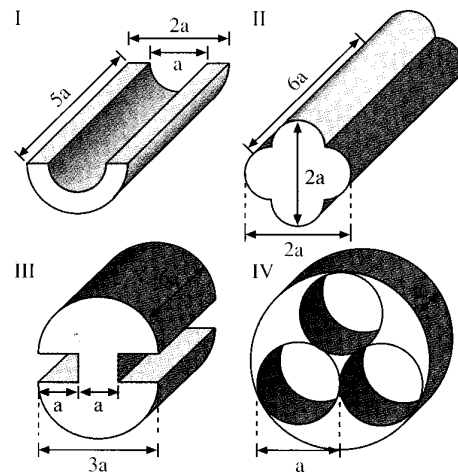
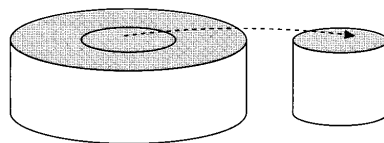
### Aufgabe 15

Berechne Die Oberfläche und das Volumen der rechts abgebildeten Körper

### Aufgabe 16

Aus einem Zylinder mit Radius  $r$  und Höhe  $h$  wird ein Zylinder mit Radius  $r_0$  und gleicher Höhe  $h$  so herausgebohrt, dass der herausgebohrte Zylinder und der Restkörper gleich große Oberflächen besitzen. Bestimme den Radius  $r_0$ .

- für  $h = \frac{1}{8} r$ .
- für beliebiges  $h$ .



### Aufgabe 17

Vervollständige die folgende Tabelle für einen Kegel mit Radius  $r$ , Höhe  $h$  und Mantelhöhe  $s$ :

r	2,7 cm	1,5 m		1,8 m		
h	4,2 cm		20 cm		2,5 cm	3,6 cm
s		3,9 m	25 cm			
G						14 cm <sup>2</sup>
M						
O						
V				3,2 m <sup>3</sup>	24 cm <sup>3</sup>	

### Aufgabe 18

Ein kegelförmiger Messbecher soll 0,6 L fassen und innen 10 cm hoch sein.

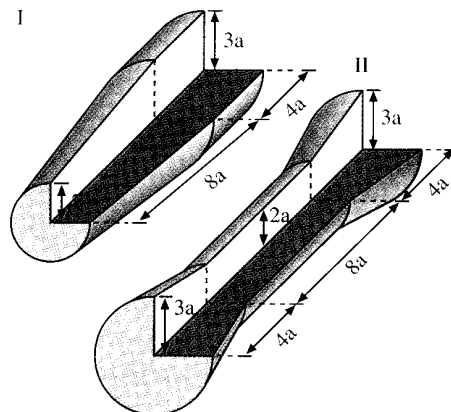
- Welchen inneren Durchmesser muss er Messbecher oben haben?
- In welchem Abstand vom oberen Rand sind die Marken für 0,4 L und 0,2 L anzubringen?

### Aufgabe 19

Ein Kegel mit dem Grundkreis 6 cm und der Höhe 8 cm wird auf der Höhe 3 cm parallel zur Bodenfläche abgeschnitten. Berechne die Oberfläche und das Volumen des dabei entstandenen **Kegelstumpfes**.

### Aufgabe 20

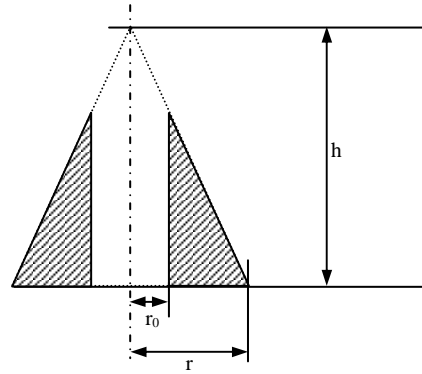
Berechne die Oberfläche und das Volumen der rechts abgebildeten Drehkörper in Abhängigkeit von  $a$ :



### Aufgabe 21

In welcher Höhe  $h_0$  über der Grundfläche muss man einen Kegel anschneiden, um

- sein Volumen
- seine Oberfläche
- seine Mantelfläche zu halbieren?



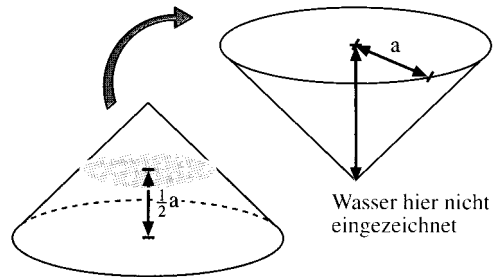
### Aufgabe 22

Ein Kegel mit der Höhe  $h$  und dem Radius  $r$  wird mit dem Radius  $r_0 = \frac{r}{3}$  entlang der Mittelachse ausgebohrt.

Wie viel Prozent seines Volumen gehen dabei verloren?

### Aufgabe 23

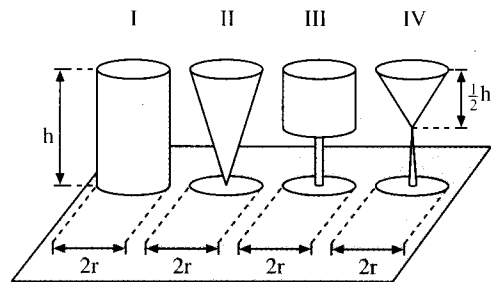
- Ein hohler Kegel hat innen den Grundkreisradius  $a$  und auch die Höhe  $a$ . Er wird, wenn die Spitze oben ist, bis zur Höhe  $\frac{1}{2}a$  mit Wasser gefüllt. Dann dreht man die Spitze nach unten. Wie hoch steht nun das Wasser in dem Kegel?
- Was ergibt sich in a), wenn der Kegel bei gleicher Höhe den Durchmesser  $a$  hat?



### Aufgabe 24

Die Gläser I, II, III und IV haben innen die angegebenen Maße.

- Zeige, dass I dasselbe Volumen wie die anderen Gläser zusammen besitzt.
- Glas I wird zu  $\frac{2}{3}$  gefüllt. Mit dieser Menge wird Glas III ganz gefüllt und der Rest in Glas II gegossen. Wie hoch steht die Flüssigkeit in Glas II?
- Glas III wird halb gefüllt. Diese Menge wird je zur Hälfte in die Gläser II und IV gegossen. Wie hoch stehen die Flüssigkeiten in diesen Gläsern?



### Aufgabe 25

Schätze und berechne die Masse einer Kugel mit 10 cm Durchmesser aus

- Kork der Dichte  $0,35 \text{ g/cm}^3$
- Granit der Dichte  $2,8 \text{ g/cm}^3$
- Gold der Dichte  $19,3 \text{ g/cm}^3$ .

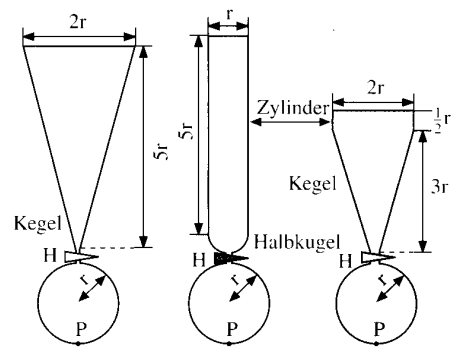
### Aufgabe 26

Welche Durchmesser und welche Oberfläche hat eine 10 kg schwere Kugel aus

- Kork der Dichte  $0,35 \text{ g/cm}^3$
- Granit der Dichte  $2,8 \text{ g/cm}^3$
- Gold der Dichte  $19,3 \text{ g/cm}^3$ .

### Aufgabe 27

Bei den gezeichneten Geräten ist der obere Körper ganz mit Wasser gefüllt; dann wird der Hahn H geöffnet. Wie hoch über P steht das Wasser im oberen Körper, wenn die untere Kugel halb gefüllt ist?



### Aufgabe 28

Berechne die Wandstärke einer Hohlkugel

- aus Kupfer mit der Dichte  $8,93 \text{ g/cm}^3$  wenn ihr Durchmesser 24 cm und ihre Masse 9,124 kg ist.
- aus Glas mit der Dichte  $2,5 \text{ g/cm}^3$  wenn ihr Durchmesser 9,6 cm und ihre Masse 1,54 g ist.

## 2.10. Lösungen zu den Aufgaben zu Körperberechnungen

### Aufgabe 1

a	4,2 cm	7,8 cm	<b>35 dm</b>	0,5 mm	2,4 dm	<b>9 dm</b>	<b>1 cm</b>
b	5,5 m	1,5 cm	2,5 cm	1,2 cm	0,4 m	<b>6 dm</b>	1 cm
c	2,5 dm	<b>3,0 cm</b>	3,6 dm	<b>1,5 mm</b>	<b>0,5 dm</b>	6 dm	<b>2 cm</b>
V	<b>58 dm<sup>3</sup></b>	35,1 cm <sup>3</sup>	31,5 dm <sup>3</sup>	<b>9,0 mm<sup>3</sup></b>	<b>4,8 dm<sup>3</sup></b>	216 dm <sup>3</sup>	2 cm <sup>3</sup>
O	<b>3,2 m<sup>2</sup></b>	<b>79 cm<sup>2</sup></b>	<b>2,7 m<sup>2</sup></b>	49,5 mm <sup>2</sup>	26,6 dm <sup>2</sup>	228 dm <sup>2</sup>	10 cm <sup>2</sup>

### Aufgabe 2

Für alle ist  $s = 1 \text{ cm}$  und  $h = 6 \text{ cm}$

a)  $G = \frac{\sqrt{3}}{4} s^2 \approx 0,43 \text{ cm}^2$  und  $M = 3 \cdot s \cdot h = 18 \text{ cm}^2$

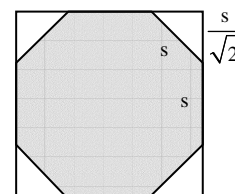
$\Rightarrow O = 2G + M \approx 18,87 \text{ cm}^2$  und  $V = G \cdot h \approx 2,60 \text{ cm}^3$ .

b)  $G = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} s^2 \approx 2,60 \text{ cm}^2$  und  $M = 6 \cdot s \cdot h = 36 \text{ cm}^2$

$\Rightarrow O = 2G + M \approx 41,20 \text{ cm}^2$  und  $V = G \cdot h \approx 15,59 \text{ cm}^3$ .

c)  $G = (s + \sqrt{2} s)^2 - s^2 = (2\sqrt{2} + 2)s^2 \approx 4,83 \text{ cm}^2$  und  $M = 8 \cdot s \cdot h = 48 \text{ cm}^2$

$\Rightarrow O = 2G + M \approx 57,66 \text{ cm}^2$  und  $V = G \cdot h \approx 28,97 \text{ cm}^3$ .



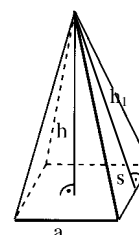
### Aufgabe 3

a)  $V = \frac{3\sqrt{3}}{16} a^3 \approx 0,345 a^3$

b)  $V = \frac{2\sqrt{3}}{9} a^3 \approx 0,385 a^3$

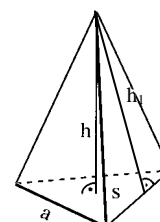
### Aufgabe 4

a	3,2 cm	<b>7,4 cm</b>	4,8 cm	6,4 m	<b>2,3 dm</b>
h	<b>3,1 cm</b>	4,2 cm	<b>6,4 cm</b>	<b>3,1 m</b>	2,4 dm
h <sub>1</sub>	3,5 cm	5,6 cm	<b>6,8 cm</b>	<b>4,4 m</b>	<b>2,7 dm</b>
s	<b>3,8 cm</b>	<b>6,7 cm</b>	7,2 cm	<b>5,5 m</b>	<b>2,9 dm</b>
G	<b>10,6 cm<sup>2</sup></b>	<b>63,3 cm<sup>2</sup></b>	<b>16 cm<sup>2</sup></b>	<b>41 m<sup>2</sup></b>	<b>5,1 dm<sup>2</sup></b>
M	<b>22,4 cm<sup>2</sup></b>	<b>83 cm<sup>2</sup></b>	<b>65 cm<sup>2</sup></b>	<b>57 m<sup>2</sup></b>	<b>12 dm<sup>2</sup></b>
O	<b>33 cm<sup>2</sup></b>	<b>137,6 cm<sup>2</sup></b>	<b>88 cm<sup>2</sup></b>	<b>98 m<sup>2</sup></b>	<b>17 dm<sup>2</sup></b>
V	<b>11 cm<sup>3</sup></b>	<b>77 cm<sup>3</sup></b>	<b>49 cm<sup>3</sup></b>	42 m <sup>3</sup>	4,1 dm <sup>3</sup>



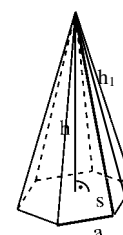
### Aufgabe 5

a	4,5 cm	2,7 cm	<b>5,2 cm</b>	6,4 m	<b>3,4 dm</b>
h	<b>3,7 cm</b>	4,2 cm	4,2 cm	<b>2,4 dm</b>	2,4 dm
h <sub>1</sub>	<b>3,9 cm</b>	<b>4,3 cm</b>	<b>4,9 cm</b>	<b>3,0 dm</b>	<b>2,6 dm</b>
s	4,5 cm	<b>4,5 cm</b>	5,6 cm	<b>4,4 m</b>	<b>3,1 dm</b>
G	<b>9,7 cm<sup>2</sup></b>	<b>3,2 cm<sup>2</sup></b>	<b>11,8 cm<sup>2</sup></b>	<b>18 m<sup>2</sup></b>	<b>5,1 dm<sup>2</sup></b>
M	<b>26,3 cm<sup>2</sup></b>	<b>17,4 cm<sup>2</sup></b>	<b>38,2 cm<sup>2</sup></b>	<b>29 m<sup>2</sup></b>	<b>13,4 dm<sup>2</sup></b>
O	<b>35 cm<sup>2</sup></b>	<b>20,6 cm<sup>2</sup></b>	<b>50 cm<sup>2</sup></b>	<b>47 m<sup>2</sup></b>	<b>18,5 dm<sup>2</sup></b>
V	<b>11 cm<sup>3</sup></b>	<b>4,4 cm<sup>3</sup></b>	<b>16,4 cm<sup>3</sup></b>	42 m <sup>3</sup>	4,1 dm <sup>3</sup>



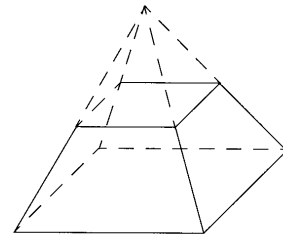
### Aufgabe 6

a	3,0 cm	3,5 cm	<b>3,1 cm</b>	6,4 m	<b>1,4 dm</b>
h	<b>4,6 cm</b>	4,0 cm	2,5 cm	<b>1,2 m</b>	2,4 dm
h <sub>1</sub>	<b>5,3 cm</b>	<b>5,0 cm</b>	<b>3,7 cm</b>	<b>5,7 m</b>	<b>2,7 dm</b>
s	5,5 cm	<b>5,3 cm</b>	4,0 cm	<b>6,5 m</b>	<b>2,8 dm</b>
G	<b>23 cm<sup>2</sup></b>	<b>22 cm<sup>2</sup></b>	<b>15 cm<sup>2</sup></b>	<b>110 m<sup>2</sup></b>	<b>5,1 dm<sup>2</sup></b>
M	<b>48 cm<sup>2</sup></b>	<b>53 cm<sup>2</sup></b>	<b>34 cm<sup>2</sup></b>	<b>110 m<sup>2</sup></b>	<b>11 dm<sup>2</sup></b>
O	<b>71 cm<sup>2</sup></b>	<b>85 cm<sup>2</sup></b>	<b>59 cm<sup>2</sup></b>	<b>220 m<sup>2</sup></b>	<b>16 dm<sup>2</sup></b>
V	<b>35,9 cm<sup>3</sup></b>	<b>42 cm<sup>3</sup></b>	<b>21 cm<sup>3</sup></b>	42 m <sup>3</sup>	4,1 dm <sup>3</sup>



### Aufgabe 7

Zeltdach:  $O = 187 \text{ m}^2$  und  $V = 256 \text{ m}^3$ .  
 Walmdach:  $O = 237 \text{ m}^2$  und  $V = 331 \text{ m}^3$ .  
 Krüppelwalmdach:  $O = 211 \text{ m}^2$  und  $V = 371 \text{ m}^3$ .  
 Gekreuztes Giebeldach:  $O = 306 \text{ m}^2$  und  $V = 556 \text{ m}^3$



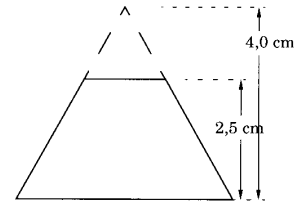
### Aufgabe 8

Streckfaktor  $k = \frac{1,5}{4} = \frac{3}{8}$ ,  $O_{\text{Kegel}} = 61,5 \text{ cm}^2$  und

$$V_{\text{Kegel}} = 27 \text{ cm}^3$$

$$\Rightarrow O_{\text{Kegelstumpf}} = (1 - k^2) \cdot O_{\text{Kegel}} = 59 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow V_{\text{Kegelstumpf}} = (1 - k^3) \cdot V_{\text{Kegel}} = 26 \text{ cm}^3$$



### Aufgabe 9

Tetraeder:  $h = \sqrt{\frac{2}{3}} a$ ,  $G = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \Rightarrow O = \sqrt{3} a^2$  und  $V = \frac{\sqrt{2}}{12} a^3$ .

Oktaeder:  $h = \frac{1}{2} \sqrt{2} a$ ,  $G = a^2 \Rightarrow O = 2\sqrt{3} a^2$  und  $V = \frac{\sqrt{2}}{3} a^3$ .

### Aufgabe 10

Ansatz  $V' = 0,5 V \Leftrightarrow k^3 V = 0,5 V \Leftrightarrow k = \sqrt[3]{0,5} \Rightarrow$  Schnitt auf der Höhe  $(1 - \sqrt[3]{0,5}) h \approx 0,206 h$ .

### Aufgabe 11

$$V_{\text{Wasser}} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 V_{\text{Pyramide}} \Rightarrow V_{\text{Luft}} = \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^3\right) V_{\text{Pyramide}} = \left(\frac{a'}{a}\right)^3 V_{\text{Pyramide}} \Rightarrow \text{Höhe der Luftpypamide } a' = \frac{1}{3} \sqrt[3]{19} a$$

$\Rightarrow$  Füllhöhe des Wassers  $(1 - \frac{1}{3} \sqrt[3]{19}) a \approx 0,111 a$  unabhängig von der Form der Pyramide!

### Aufgabe 12

Mit  $V_{\text{Wasser}} = \frac{2}{3} \pi a^3$  und  $V_{\text{Pyramide}} = \sqrt{3} \pi a^3$  erhält man aus der Gleichung  $V_{\text{Wasser}} = \left(\frac{a'}{2a}\right)^3 V_{\text{Pyramide}} \Leftrightarrow \frac{2}{3} \pi a^3 =$

$\left(\frac{a'}{2a}\right)^3 \sqrt{3} \pi a^3$  die Höhe der Wasserpyramide  $a' = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{3}} \cdot 2a \approx 1,45 a$ . Dreht man die Pyramide um, so erhält man

mit  $V_{\text{Luft}} = \left(\sqrt{3} - \frac{2}{3}\right) \pi a^3$  aus der Gleichung  $V_{\text{Luft}} = \left(\frac{a''}{2a}\right)^3 V_{\text{Pyramide}} \Leftrightarrow \left(\sqrt{3} - \frac{2}{3}\right) \pi a^3 = \left(\frac{a''}{2a}\right)^3 \sqrt{3} \pi a^3$  der Höhe

der Luftpypamide  $a'' = \sqrt[3]{1 - \frac{2}{3\sqrt{3}}} \cdot 2a$  und die Füllhöhe des Wassers  $(1 - \sqrt[3]{1 - \frac{2}{3\sqrt{3}}}) \cdot 2a \approx 0,30 a$ .

### Aufgabe 13

r	5,2 cm	<b>1,2 dm</b>	<b>3,0 m</b>	<b>1,8 cm</b>	<b>4,8 cm</b>
h	<b>1,2 cm</b>	0,45 dm	<b>1,6 m</b>	<b>6,4 cm</b>	3,5 cm
G	<b>85 cm<sup>2</sup></b>	<b>4,7 dm<sup>2</sup></b>	28 m <sup>2</sup>	<b>9,9 cm<sup>2</sup></b>	72 cm <sup>2</sup>
M	<b>38 cm<sup>2</sup></b>	<b>3,4 dm<sup>2</sup></b>	<b>30 m<sup>2</sup></b>	72 cm <sup>2</sup>	<b>110 cm<sup>2</sup></b>
O	<b>210 cm<sup>2</sup></b>	<b>13 dm<sup>2</sup></b>	<b>86 m<sup>2</sup></b>	<b>92 cm<sup>2</sup></b>	<b>250 cm<sup>2</sup></b>
V	98 cm <sup>3</sup>	21 dm <sup>3</sup>	45 m <sup>3</sup>	64 cm <sup>3</sup>	<b>253 cm<sup>3</sup></b>

### Aufgabe 14

a)  $d = 380 \text{ m}$       b)  $d = 0,016 \text{ mm}$       c)  $d = 0,12 \text{ mm}$

### Aufgabe 15

Körper I:  $O = \left(\frac{33}{4}\pi + 5\right)a^2 \approx 30,9 a^2$  und  $V = \frac{15}{5}\pi a^3 \approx 5,89 a^3$ .

Körper II:  $O = (13\pi + 2)a^2 \approx 42,8 a^2$  und  $V = (3\pi + 6) a^3 \approx 15,4 a^3$ .

Körper III:  $O = \left(\frac{45}{2}\pi + 38\right)a^2 \approx 109 a^2$  und  $V = \left(\frac{27}{2}\pi + 6\right) a^3 \approx 48,4 a^3$ .

Körper IV:  $O = \left(\frac{4}{3}\sqrt{3} + \frac{11}{3}\right)\pi a^2 \approx 18,8 a^2$  und  $V = \left(\frac{1}{3}\sqrt{3} - \frac{1}{6}\right)\pi a^3 \approx 1,29 a^3$ .

### Aufgabe 16

a)  $r_0 = \frac{3}{4}r$

b)  $r_0 = \sqrt{\frac{rh + r^2}{2}}$ ; wegen  $r_0 < r$  muss  $h < r$  sein.

### Aufgabe 17

r	2,7 cm	1,5 m	<b>15 cm</b>	1,8 m	<b>3,0 cm</b>	<b>2,1 cm</b>
h	4,2 cm	<b>3,6 m</b>	20 cm	<b>0,94 m</b>	2,5 cm	3,6 cm
s	<b>5,0 cm</b>	3,9 m	25 cm	<b>2,0 m</b>	<b>3,9 cm</b>	<b>4,2 cm</b>
G	<b>23 cm<sup>2</sup></b>	<b>7 m<sup>2</sup></b>	<b>7 dm<sup>2</sup></b>	<b>10,2 m<sup>2</sup></b>	<b>29 cm<sup>2</sup></b>	14 cm <sup>2</sup>
M	<b>42 cm<sup>2</sup></b>	<b>18 m<sup>2</sup></b>	<b>12 dm<sup>2</sup></b>	<b>11,3 m<sup>2</sup></b>	<b>37 cm<sup>2</sup></b>	<b>28 cm<sup>2</sup></b>
O	<b>65 cm<sup>2</sup></b>	<b>25 m<sup>3</sup></b>	<b>19 dm<sup>2</sup></b>	<b>21,5 m<sup>2</sup></b>	<b>66 cm<sup>2</sup></b>	<b>42 cm<sup>2</sup></b>
V	<b>32 cm<sup>3</sup></b>	<b>8,5 m<sup>3</sup></b>	<b>4,7 dm<sup>3</sup></b>	3,2 m <sup>3</sup>	24 cm <sup>3</sup>	<b>17 cm<sup>3</sup></b>

### Aufgabe 18

$600 \text{ cm}^3 = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot 10 \text{ cm} \Rightarrow r \approx 7,57 \text{ cm}$ . Mit  $400 \text{ cm}^3 = \left(\frac{h'}{h}\right)^3 600 \text{ cm}^3$  erhält man für die Höhe der 400 ml-

Pyramide  $h' = \sqrt[3]{\frac{2}{3}} h \approx 8,74 \text{ cm} \Rightarrow$  Markierung im Abstand 1,26 cm vom oberen Rand und entsprechend aus der

Höhe der 200 ml-Pyramide  $h'' = \sqrt[3]{\frac{1}{3}} h \approx 6,93 \text{ cm}$  den Abstand 4,07 cm vom oberen Rand.

### Aufgabe 19

$M = \frac{9225}{16}\pi \text{ cm}^2 \approx 18 \text{ dm}^2$ ,  $O = \frac{5013}{8}\pi \text{ cm}^2 \approx 20 \text{ dm}^2$  und  $V = \frac{1161}{16}\pi \text{ cm}^3 \approx 0,23 \text{ dm}^3$ .

### Aufgabe 20

Körper I:  $O = (37 + 5\sqrt{65})\pi a^2 \approx 243 a^2$  und  $V = \frac{260}{3}\pi a^3 \approx 272 a^3$ .

Körper II:  $O = (50 + 5\sqrt{17})\pi a^2 \approx 222 a^2$  und  $V = \frac{248}{3}\pi a^3 \approx 260 a^3$ .

### Aufgabe 21

a)  $h_0 = \left(1 - \frac{\sqrt[3]{4}}{2}\right) \cdot h \approx 0,21 h$       b)  $h_0 = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot h \approx 0,29 h$       c)  $h_0 = \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot h \approx 0,29 h$  (vgl. b)!

### Aufgabe 22

Mit  $V_{\text{Bohrung}} = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{r}{3}\right)^2 \frac{h}{3} + \pi\left(\frac{r}{3}\right)^2 \cdot \frac{2h}{3} = \frac{7}{81}\pi r^2 h$  und  $V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h$  erhält man  $\frac{V_{\text{Bohrung}}}{V_{\text{Kegel}}} = \frac{21}{81} \approx 25,9 \%$

**Aufgabe 23**

a) Mit  $V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{3} \pi a^3$  und  $V_{\text{Wasser}} = \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) V_{\text{Kegel}} = \frac{7}{24} \pi a^3$  erhält man aus  $V_{\text{Wasser}} = \left(\frac{a'}{a}\right)^3 V_{\text{Kegel}}$  die Füllhöhe

$$a' = \frac{\sqrt[3]{7}}{2} a \approx 0,96 a.$$

b) Mit  $V_{\text{Kegel}} = \frac{1}{12} \pi a^3$  und  $V_{\text{Wasser}} = \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2\right) V_{\text{Kegel}} = \frac{7}{96} \pi a^3$  erhält man aus  $V_{\text{Wasser}} = \left(\frac{a'}{a}\right)^3 V_{\text{Kegel}}$  wieder die Füllhöhe  $a' = \frac{\sqrt[3]{7}}{2} a \approx 0,96 a!$

**Aufgabe 24**

$$V_I = \pi r^2 h, \quad V_{II} = \frac{1}{3} \pi r^2 h, \quad V_{III} = \frac{1}{2} 8r^2 h \text{ und } V_{IV} = \frac{1}{6} \pi r^2 h$$

a)  $V_I = V_{II} + V_{III} + V_{IV}.$

b) Die Füllhöhe in Glas II ist  $\sqrt[3]{\frac{1}{2}} h \approx 0,79 h$

c) Die Füllhöhen sind in Glas II  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2} h \approx 0,72 h$  und in Glas IV  $\frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{3}{4}} h \approx 0,45 h$

**Aufgabe 25**

$$V = 523,6 \text{ cm}^3 \Rightarrow \quad \text{a) } m_{\text{Kork}} = 183,3 \text{ g} \quad \text{b) } m_{\text{Granit}} = 1,5 \text{ kg} \quad \text{c) } m_{\text{Gold}} = 10,1 \text{ kg}$$

**Aufgabe 26**

a)  $d \approx 38 \text{ cm}$  und  $O \approx 45 \text{ dm}^2$     b)  $d \approx 19 \text{ cm}$  und  $O \approx 11 \text{ dm}^2$     c)  $d \approx 10 \text{ cm}$  und  $O = 3,1 \text{ dm}^2$

**Aufgabe 27**

links:  $h = \sqrt[3]{75} r + 2r \approx 6,22 r,$     mitte:  $h = \frac{29}{6} r \approx 4,83 r,$     rechts:  $h = \sqrt[3]{\frac{45}{2}} r + 2r \approx 4,82 r.$

**Aufgabe 28**

a) Wandstärke 5,93 mm    b) Wandstärke 0,021 mm