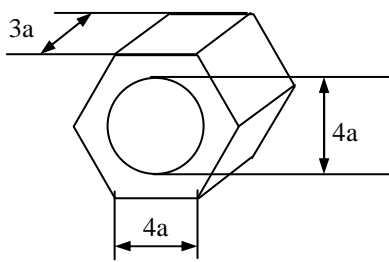


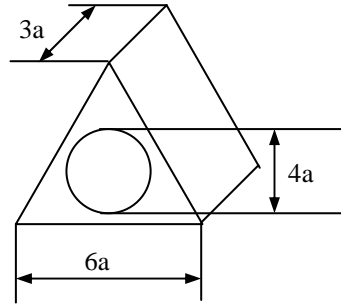
2.10. Prüfungsaufgaben zu Prismen und Zylindern

Aufgabe 1: Prismen und Zylinder

Berechne die Oberfläche und das Volumen der abgebildeten Körper in Abhängigkeit von a.



a)



b)

Lösung

Körper a)

$$\text{Volumen } V = V_{\text{Prisma}} - V_{\text{Zylinder}} \quad (1)$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{4} \sqrt{3} \cdot (4a)^2 \cdot (3a) - \pi \cdot (2a)^2 \cdot (3a) \quad (1)$$

$$= (72\sqrt{3} - 12\pi)a^3 \quad (1)$$

$$\text{Oberfläche } O = 2G_{\text{Prisma}} - 2G_{\text{Zylinder}} + M_{\text{Prisma}} + M_{\text{Zylinder}} \quad (1)$$

$$= 2 \cdot 6 \cdot \frac{1}{4} \sqrt{3} \cdot (4a)^2 - 2 \cdot \pi \cdot (2a)^2 + 6 \cdot 4a \cdot 3a + \pi \cdot 4a \cdot 3a \quad (1)$$

$$= (48\sqrt{3} + 4\pi + 72)a^2. \quad (1)$$

Körper b)

$$\text{Volumen } V = V_{\text{Prisma}} - V_{\text{Zylinder}} \quad (1)$$

$$= \frac{1}{4} \sqrt{3} \cdot (6a)^2 \cdot (3a) - \pi \cdot (2a)^2 \cdot (3a) \quad (1)$$

$$= (27\sqrt{3} - 12\pi)a^3 \quad (1)$$

$$\text{Oberfläche } O = 2G_{\text{Prisma}} - 2G_{\text{Zylinder}} + M_{\text{Prisma}} + M_{\text{Zylinder}} \quad (1)$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{4} \sqrt{3} \cdot (6a)^2 - 2 \cdot \pi \cdot (2a)^2 + 3 \cdot 6a \cdot 3a + \pi \cdot 4a \cdot 3a \quad (1)$$

$$= (18\sqrt{3} + 4\pi + 36)a^2. \quad (1)$$

Aufgabe 2: Quader (2)

Welches Volumen hat ein Würfel, wenn seine Raumdiagonale 10 cm lang ist?

Lösung:

$$\text{Raumdiagonale } d = \sqrt{3} a \Rightarrow a = \frac{10}{\sqrt{3}} \text{ cm} \Rightarrow V = \frac{1000}{3\sqrt{3}} \approx 192 \text{ cm}^3.$$

Aufgabe 3: Quader (2)

Ein Würfel hat die Oberfläche $O = 1350 \text{ cm}^2$. Berechne das Volumen und die Raumdiagonale des Würfels.

Lösung

$$a = 15 \text{ cm}, V = a^3 = 3375 \text{ cm}^3 \text{ und } d = \sqrt{3} a = 25,98 \text{ cm}.$$

Aufgabe 4: Prismen (2)

Eine Marmorsäule hat die Grundfläche eines regelmäßigen Sechsecks, dessen Seiten 60 cm lang sind. Die Höhe h der Säule ist 2 m. Welches Volumen hat die Säule?

Lösung

$$G = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 \approx 9353,1 \text{ cm}^2 = 0,94 \text{ m}^2 \Rightarrow V = G \cdot h = 1,87 \text{ m}^3.$$

Aufgabe 5: Prismen (3)

Ein symmetrischer Eisenbahndamm der Länge $l = 300$ m misst an seiner Sohle $s = 21$ m, seine Höhe beträgt $h = 6$ m, die Krone ist $k = 5$ m breit.

- a) Berechne die Querschnittsfläche G . (2)
b) Welche Erdmenge (in m^3) musste beim Bau aufgeschüttet werden? (1)

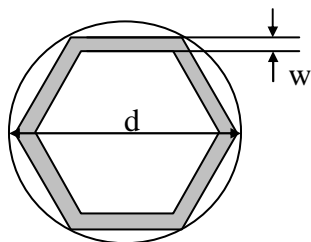
Lösung

$$\text{a) } G = k \cdot h + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{s-k}{2} \cdot h = \frac{s+k}{2} \cdot h = \underline{78 \text{ m}^2}. \quad (2)$$

$$\text{b) } V = G \cdot l = \underline{23\,400 \text{ m}^3}. \quad (1)$$

Aufgabe 6: Prismen (6)

Ein Aluminiumprofil ($\rho = 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) hat einen sechseckigen Querschnitt mit der Wanddicke $w = 3$ mm und dem Durchmesser $d = 16$ mm. Wieviel g wiegt 1 m dieses Profils?



Lösung

$$\text{Der Flächeninhalt des äußeren Sechsecks ist } G_a = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} r^2 \approx 166,3 \text{ mm}^2 \quad (1)$$

$$\text{Der Flächeninhalt des inneren Sechsecks ist } G_i = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} (r-w)^2 \approx 65,0 \text{ mm}^2 \quad (1)$$

$$\text{Die Querschnittsfläche ist als } Q = G_a - G_i = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} [r^2 - (r-w)^2] = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot w \cdot (2r-w) \approx \underline{1,01 \text{ cm}^2}. \quad (1)$$

$$\text{Das Volumen des Prismas ist dann } V = G \cdot h \approx 1,01 \text{ cm}^3 \cdot 100 \text{ cm} = \underline{101 \text{ cm}^3} \quad (1)$$

$$\text{Das Gewicht des Profils ist } m = \rho \cdot V \approx 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 101 \text{ cm}^3 = \underline{273,5 \text{ g}} \quad (1)$$

$$\text{Das Gewicht des Profils ist } m = \rho \cdot V \approx 2,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 101 \text{ cm}^3 = \underline{273,5 \text{ g}} \quad (1)$$