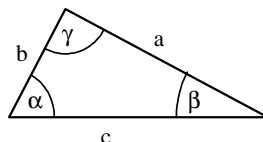


2.11. Aufgaben zur Trigonometrie

Aufgabe 1: Dreiecksberechnung

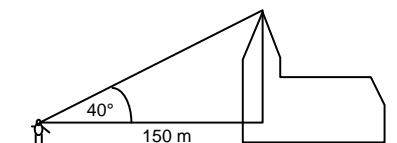
Berechne die fehlenden Größen im rechtwinkligen Dreieck.
Alle Längen seien in cm angegeben.



Teil	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	j)	k)	l)
a	4		36	4,5		2,5	8,6	5	3,9	27,2	17,3	
b			13,20		7,2			2				
c		8,61		7,6			13,2		4,6			35,2
α	48°				54°						23°	
β		64°				56°				36°		53°

Aufgabe 2: Längenberechnungen

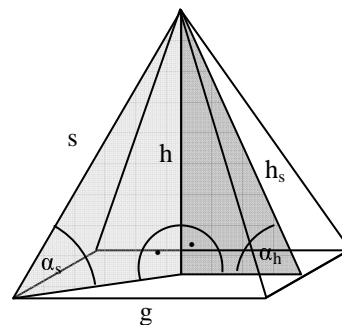
- Wie hoch ist ein Kirchturm, dessen Spitze für einen Beobachter mit Augenhöhe 1,5 m aus einer Entfernung von 150 m unter einem Winkel von 40° erscheint?
- Eine 7,5 m hohe Leiter lehnt in 6,6 m Höhe an der Wand. Wie groß ist der Anstellwinkel und wie weit steht sie von der Wand entfernt?
- Ein Mast soll mit 20 m langen Seilen abgesichert werden. In welcher Höhe müssen sie am Mast angebracht werden, wenn ihr Neigungswinkel 65° sein soll? In welcher Entfernung zum Mast müssen sie am Boden befestigt werden?
- Wie hoch ist eine Tanne, wenn ihr Schatten 27,5 m lang ist und die Sonnenstrahlen unter dem Winkel $38,5^\circ$ einfallen?
- Wie weit fliegt ein Drachenflieger, der in 25 m Höhe unter einem Gleitwinkel von 8° startet?
- Von der Spitze eines 28,6 m hohen Turmes erscheint die Breite des 6 m entfernten Flusses unter einem Sehwinkel von 17° . Wie breit ist der Fluss?
- Für einen 12 m entfernten Beobachter mit der Augenhöhe 1,6 m erscheint der Fahnenmast auf der Spitze eines 15 m hohen Turmes unter dem Sehwinkel von $6,5^\circ$. Wie lang ist der Fahnenmast?



Aufgabe 3: Pyramiden

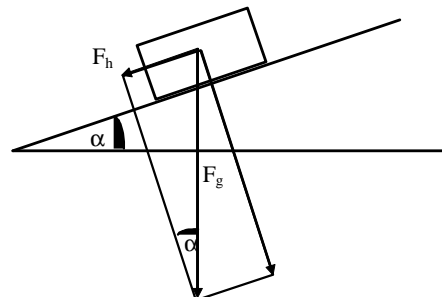
Berechne die fehlenden Größen. Alle Längen sind in cm angegeben.

Teil	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
g	5			8				10	
s	4	6							9
h		4	4		5		5		
h_s			5			7			
α_s				70°			45°		60°
α_h					45°	60°		50°	



Aufgabe 4: Kräftezerlegung an der schiefen Ebene

Ein Junge der Masse $m = 20$ kg sitzt auf einer Rutsche mit dem Neigungswinkel $\alpha = 30^\circ$. Senkrecht nach unten wirkt auf ihn die Gewichtskraft $F_g = m \cdot g$ mit der Schwerebeschleunigung $g = 9,81$ m/s². Berechne die Hangabtriebskraft F_h , die ihn in Rutschrichtung beschleunigt.



Aufgabe 5: Schnittwinkel von Geraden

Berechne die Schnittwinkel der folgenden Geraden

- $g_1(x) = x - 1$ und $g_2(x) = \frac{1}{2}x + 1$
- $g_1(x) = 2x - 3$ und $g_2(x) = x$
- $g_1(x) = -\frac{2}{3}x + 1$ und $g_2(x) = -2x + 4$
- $g_1(x) = -x + 5$ und $g_2(x) = 3x - 2$

2.11. Lösungen zu den Aufgaben zur Trigonometrie

Aufgabe 1: Dreiecksberechnung

Teil	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)	j)	k)	l)
a	4	3,77	36	4,5	9,91	2,5	8,6	5	3,9	27,2	17,3	28,11
b	3,6	7,74	13,2	6,12	7,2	3,71	10,01	2	2,44	33,62	40,75	21,18
c	5,38	8,61	38,34	7,6	12,25	4,47	13,20	5,38	4,6	46,28	44,28	35,2
α	48°	26°	69,86	36,31°	54°	34°	40,66	68,20	32,02°	54°	23°	37°
β	42°	64°	20,13	57,69°	36°	56°	49,34	21,80	57,98°	36°	63°	53°

Beispielrechnung zu a):

$$\beta = 90^\circ - 48^\circ = 42^\circ$$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha} = \frac{4 \text{ cm}}{0,74} \approx 5,38 \text{ cm}$$

$$b = c \cdot \cos \beta = 5,38 \text{ cm} \cdot 0,67 \approx 3,6 \text{ cm}$$

Aufgabe 2: Längenberechnung

a) Höhe $h = 1,5 \text{ m} + 150 \text{ m} \cdot \tan(40^\circ) = 126,5 \text{ m}$.

b) Anstellwinkel $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{6,6}{7,5}\right) \approx 61,64^\circ$ und Entfernung $d \approx \sqrt{7,5^2 - 6,6^2} \approx 3,56 \text{ m}$

c) Höhe $h = 20 \text{ m} \cdot \sin(65^\circ) \approx 18,12 \text{ m}$ und Entfernung $d = 20 \text{ m} \cdot \cos(65^\circ) \approx 8,45 \text{ m}$

d) Höhe $h = 27,5 \text{ m} \cdot \tan(38,5^\circ) \approx 21,87 \text{ m}$

e) Flugweite $s = \frac{25 \text{ m}}{\tan(8^\circ)} \approx 1777,88 \text{ m}$

f) Das diesseitige Ufer erscheint unter dem Winkel von $\alpha_1 = \tan^{-1}\left(\frac{6 \text{ m}}{28,6 \text{ m}}\right) \approx 11,84^\circ$ und ist $d_1 = 6 \text{ m}$ entfernt.

Das jenseitige Ufer erscheint dann unter dem Winkel $\alpha_2 = 17^\circ + 11,84^\circ = 28,84^\circ$ und ist $d_2 = 28,6 \text{ m} \cdot \tan(28,84^\circ) \approx 15,75 \text{ m}$ entfernt. Der Fluss ist also $d_2 - d_1 = 9,75 \text{ m}$ breit.

g) Das untere Ende der Fahnenstange erscheint unter dem Winkel von $\alpha_1 = \tan^{-1}\left(\frac{13,4 \text{ m}}{12 \text{ m}}\right) \approx 48,15^\circ$ und ist $h_1 = 13,4 \text{ m}$ über der Augenhöhe des Beobachters. Das obere Ende erscheint dann unter dem Winkel $\alpha_2 = 6,5^\circ + 48,15^\circ = 54,65^\circ$ und ist $d_2 = 12 \text{ m} \cdot \tan(54,65^\circ) \approx 16,92 \text{ m}$ über der Augenhöhe des Beobachters. Die Fahnenstange ist also $h_2 - h_1 = 3,52 \text{ m}$ hoch

Aufgabe 3: Pyramiden

Teil	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
g	5	6,32	6	8	10	7	7,07	10	6,36
s	4	6	5,83	16,53	8,66	7,83	7,07	9,25	9
h	1,87	4	4	15,54	5	6,06	5	5,96	7,79
h_s	3,12	5,10	5	16,05	7,07	7	6,12	7,78	8,42
α_s	27,87°	41,81°	43,32°	70°	35,37°	50,71°	45°	40,12°	60°
α_h	36,82°	51,66°	53,13°	75,52°	45°	60°	54,78°	50°	67,70°

Beispielrechnung zu a)

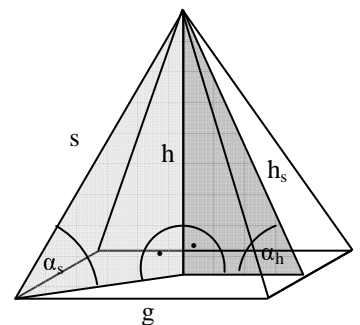
Grundflächendiagonale $d = \sqrt{g^2 + g^2} = \sqrt{2} g = \sqrt{2} \cdot 4 \approx 5,65 \text{ cm}$ (Grundfläche)

Höhe $h = \sqrt{s^2 - \left(\frac{d}{2}\right)^2} \approx \sqrt{4^2 - \left(\frac{5,65}{2}\right)^2} \approx 1,87 \text{ cm}$ (helles Dreieck)

Seitenhöhe $h_s = \sqrt{h^2 - \left(\frac{g}{2}\right)^2} \approx \sqrt{1,87^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2} \approx 3,12 \text{ cm}$ (dunkles Dreieck)

Eckwinkel $\alpha_s = \sin^{-1}\left(\frac{h}{s}\right) \approx \sin^{-1}\left(\frac{1,87 \text{ cm}}{4 \text{ cm}}\right) \approx 27,87^\circ$ (helles Dreieck)

Flächenwinkel $\alpha_h = \sin^{-1}\left(\frac{h}{h_s}\right) \approx \sin^{-1}\left(\frac{1,87 \text{ cm}}{3,12 \text{ cm}}\right) \approx 36,82^\circ$ (dunkles Dreieck)



Aufgabe 4: Kräftezerlegung an der schiefen Ebene

$F_h = F_g \cdot \sin \alpha = mg \cdot \sin \alpha = 98,1 \text{ N}$ (entspricht der Gewichtskraft von ca. 10 kg)

Aufgabe 5: Schnittwinkel von Geraden

a) $\alpha = 45^\circ - 26,5^\circ = 18,5^\circ$

c) $\alpha = -33,69^\circ - (-63,43^\circ) = -29,74^\circ$

b) $\alpha = 63,43^\circ - 45^\circ = 18,43^\circ$

d) $\alpha = 71,57^\circ - (-45^\circ) = 116,57^\circ$