

## 2.2. Aufgaben zu Figuren

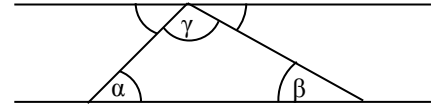
### Aufgabe 1

Zeichne das Dreieck ABC in ein Koordinatensystem. Bestimme die Innenwinkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  und berechne ihre Summe. Was stellst Du fest?

- a)  $A(1|2)$ ,  $B(8|3)$  und  $C(3|7)$     b)  $A(0|3)$ ,  $B(10|1)$  und  $C(8|8)$     c)  $A(1|7)$ ,  $B(3|3)$  und  $C(9|4)$

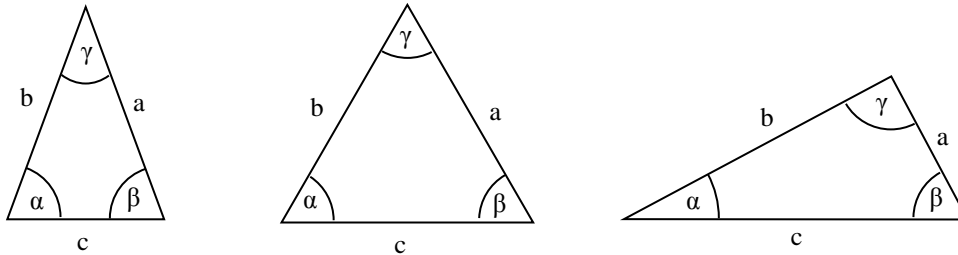
### Aufgabe 2

Zeige anhand der nebenstehenden Skizze, dass die Summe der Innenwinkel in einem Dreieck immer  $180^\circ$  ist:  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$



### Aufgabe 3

Bestimme die Längen und Winkel in den folgenden Dreiecken und vergleiche:



### Aufgabe 4

Konstruiere:

- ein gleichschenkliges Dreieck mit Basis  $c = 6$  cm und Schenkel  $a = 5$  cm. **Hinweis:** Benutze einen Zirkel und zeichne zwei Kreise mit Radius 5 cm um die Eckpunkte der Basis.
- ein gleichschenkliges Dreieck mit Basis  $c = 8$  cm und Basiswinkel  $\alpha = 40^\circ$
- ein gleichschenkliges Dreieck mit Schenkel  $a = 5$  cm und Schenkelwinkel  $\gamma = 40^\circ$
- ein gleichschenkliges Dreieck mit Basis  $c = 6$  cm und Schenkelwinkel  $\alpha = 50^\circ$
- ein gleichseitiges Dreieck mit den Seiten  $a = 4$  cm.
- ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten  $a = 3$  cm und  $b = 4$  cm.
- ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse  $c = 6$  cm und  $\alpha = 30^\circ$
- ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse  $c = 7$  cm und der Kathete  $a = 4$  cm. **Hinweis:** Benutze eine Tangente.

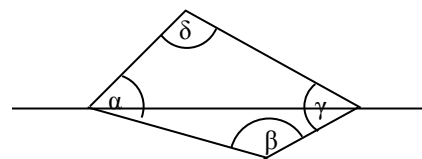
### Aufgabe 5

Zeichne das Viereck ABCD in ein Koordinatensystem. Bestimme die Innenwinkel  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  und  $\delta$  und berechne ihre Summe. Was stellst Du fest?

- a)  $A(0|0)$ ,  $B(6|0)$ ,  $C(5|5)$ ,  $D(2|6)$     b)  $A(1|4)$ ,  $B(5|4)$ ,  $C(7|0)$ ,  $D(7|7)$     c)  $A(0|1)$ ,  $B(10|1)$ ,  $C(6|5)$ ,  $D(5|2)$

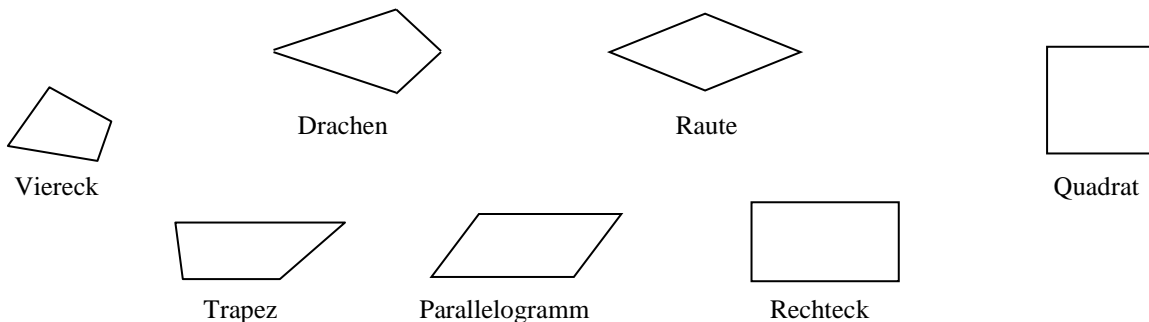
### Aufgabe 6

Zeige anhand der nebenstehenden Skizze und mit Hilfe von Aufgabe 2, dass die Summe der Innenwinkel in einem Viereck immer  $360^\circ$  ist:  $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$



### Aufgabe 7

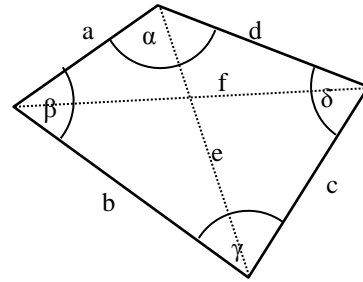
Zeichne eventuelle Symmetriezentren und Symmetrieachsen in die folgenden Vierecke ein. Umkreise jeweils alle Vierecke, Drachen, Rauten, Trapeze, Parallelogramme, Rechtecke und Quadrate, die du findest. (!)



**Aufgabe 8**

Konstruiere die folgenden Vierecke (Bezeichnungen siehe rechts):

- a) ein Trapez mit  $a = 6\text{ cm}$ ,  $b = 4\text{ cm}$ ,  $\alpha = 80^\circ$ ,  $\beta = 120^\circ$
- b) ein Parallelogramm mit  $a = 8\text{ cm}$ ,  $b = 2\text{ cm}$ , und  $\alpha = 60^\circ$
- c) ein Parallelogramm mit  $a = 4\text{ cm}$ ,  $b = 5\text{ cm}$ , und  $e = 7\text{ cm}$
- d) einen Drachen mit  $a = 6\text{ cm}$ ,  $\alpha = 60^\circ$  und  $b = 4\text{ cm}$ .
- e) einen Drachen mit  $a = 5\text{ cm}$ ,  $b = 2\text{ cm}$  und  $e = 6\text{ cm}$
- f) einen Drachen mit  $e = 10\text{ cm}$ ,  $f = 5\text{ cm}$  und  $\alpha = 40^\circ$
- g) eine Raute mit  $e = 10\text{ cm}$  und  $f = 5\text{ cm}$
- h) eine Raute mit  $a = 4\text{ cm}$  und  $\alpha = 60^\circ$



**Aufgabe 9**

Rechne in die angegebene Einheit um:

- a)  $5\text{ m}^2$  in  $\text{dm}^2$ ,  $13\text{ dm}^2$  in  $\text{cm}^2$ ,  $33\text{ km}^2$  in ha,  $24\text{ ha}$  in a
- b)  $2\text{ km}^2$   $3\text{ ha}$  in ha,  $7\text{ cm}^2$   $15\text{ mm}^2$  in  $\text{mm}^2$ ,  $20\text{ ha}$   $15\text{ a}$  in a
- c)  $4\text{ ha}$   $9\text{m}^2$  in  $\text{m}^2$ ,  $4\text{ km}^2$   $19\text{ a}$  in a,  $3\text{ dm}^2$   $78\text{ cm}^2$  in  $\text{cm}^2$ .
- d)  $730\text{ dm}^2$  in  $\text{m}^2$  und  $\text{dm}^2$ ,  $1250\text{ mm}^2$  in  $\text{cm}^2$  und  $\text{mm}^2$ ,  $14360\text{ cm}^2$  in  $\text{m}^2$ ,  $\text{dm}^2$  und  $\text{cm}^2$ ,  $54300\text{ dm}^2$  in a,  $\text{m}^2$  und  $\text{dm}^2$ ,  $89771\text{ m}^2$  in ha, a und  $\text{m}^2$ ,  $70060\text{ ha}$  in  $\text{km}^2$  und ha

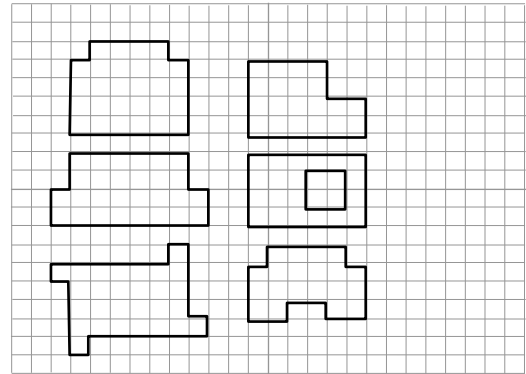
**Aufgabe 10**

Wandle jeweils in die kleinere Einheit um:

- $3\text{ m}^2 + 41\text{ dm}^2$ ,  $17\text{ m}^2 + 1\text{ dm}^2$ ,  $8\text{ dm}^2 + 2\text{ cm}^2$ ,  $9\text{ dm}^2 + 31\text{ cm}^2$ ,  $5\text{ m}^2 + 5\text{ cm}^2$ ,  $1\text{ m}^2 + 2\text{ dm}^2 + 5\text{ cm}^2$

**Aufgabe 11**

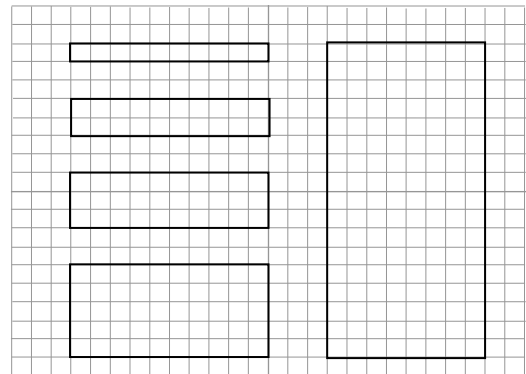
Bestimme den Flächeninhalt der rechts oben abgebildeten Figuren, wenn ein quadratisches Kästchen 5 mm breit ist.



zu Aufgabe 11

**Aufgabe 12**

Gib den Flächeninhalt der rechts oben abgebildeten Rechtecke an, wenn ein quadratisches Kästchen 1 mm bzw. 1 cm bzw. 1 dm breit ist. Welchen Flächeninhalt hat ein Rechteck, das 60 cm breit und 50 cm hoch ist?



zu Aufgabe 12

**Aufgabe 13**

Vervollständige die Tabelle:

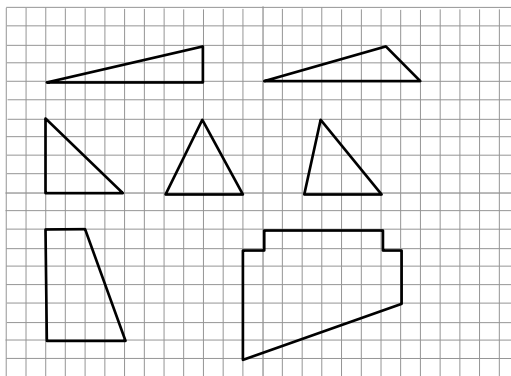
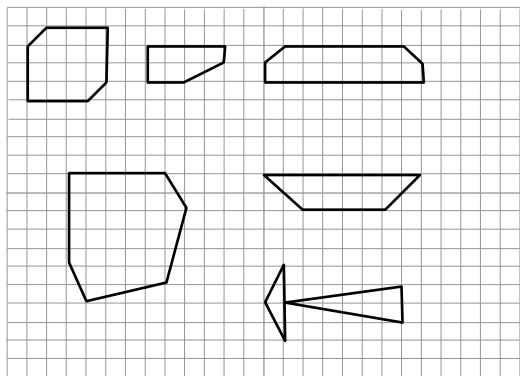
	a)	b)	c)	d)	e)
a	4 cm	5 m		23 mm	300 m
b	3 dm		30 cm		
A		200 m <sup>2</sup>	60 m <sup>2</sup>	184 cm <sup>2</sup>	15 km <sup>2</sup>

**Aufgabe 14**

- a) Frau Maier will die sechs Türen ihrer Wohnung anstreichen, die alle 2 m hoch und 82 cm breit sind. Leider erhält sie nur Dosen, deren Inhalt für 12 m<sup>2</sup> reicht. Wie viele Dosen muss Frau Braun kaufen, wenn sie die Türen auf beiden Seiten jeweils zweimal streichen will?
- b) Eine 3 m breite und 4 m lange Veranda soll mit rechteckigen Platten gepflastert werden. Die Platten sind 25 cm lang und 12 cm breit. Eine Packung mit 16 Stück kostet 8,90 €. Wie viel kosten die Platten insgesamt ?
- c) Die Fensterfront eines Bungalows soll neu verglast werden. Sie besteht aus acht gleich großen Scheiben, die 1500 mm breit und 2400 mm hoch sind. Für die Erneuerung der Scheiben sind 78 € pro m<sup>2</sup> zu bezahlen. Wie viel kostet die gesamte Fensterfront?
- d) Ein Landwirt baut auf einem 3 m breiten Streifen um seine Felder nichts an, damit Igel, Rebhühner und seltene Pflanzen hier leben können. Wie viel Fläche verliert der Landwirt dadurch von einem quadratischen, ursprünglich 4 ha großen Feld? Wie viel Fläche verliert er bei einem rechteckigen Feld von 500 x 80 m? Woher kommt der Unterschied?

### Aufgabe 15

Bestimme durch Abzählen der Kästchen die Flächeninhalte der unten abgebildeten Figuren, wenn ein quadratisches Kästchen 5 mm breit ist:

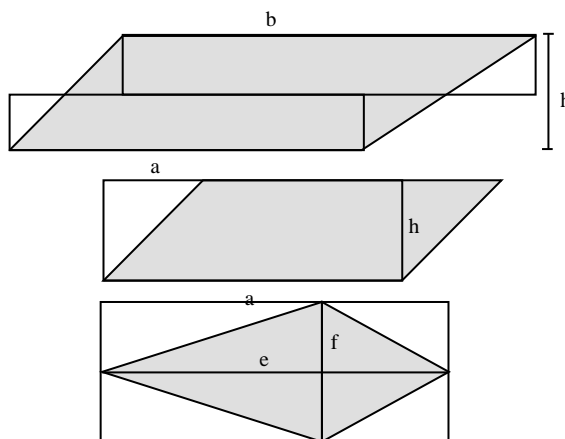


### Aufgabe 16

Berechne die Fläche der Dreiecke aus Aufgabe 4

### Aufgabe 17

Zeige mit Hilfe der Skizze, dass ein Trapez mit den Seitenlängen  $a$  und  $b$  sowie der Höhe  $h$  den Flächeninhalt  $A = \frac{1}{2}(a + b) \cdot h$  hat.



### Aufgabe 18

Bestimme mit Hilfe der Skizzen den Flächeninhalt

- a) eines Parallelogramms mit der Seitenlänge  $a$  und der Höhe  $h_a$  auf  $a$
- b) eines Drachens mit den Diagonalen  $e$  und  $f$ .

### Aufgabe 19

Berechne den Flächeninhalt der Vierecke aus Aufgabe 8

### Aufgabe 20

Zeichne

- a) ein konvexes Hexagon
- b) ein konkaves Hexagon
- c) ein konvexes Heptagon
- d) ein konkaves Heptagon

### Aufgabe 21

- a) Bestimme die Summe der Innenwinkel in den folgenden regelmäßigen Polygonen. **Hinweis:** Wenn man die Regelmäßigkeit (**Symmetrie**) der Figuren und **Nebenwinkel** geschickt nutzt, muss man jeweils nur einen **einzigsten Winkel** messen!



- b) Fasse Deine Ergebnisse in der folgenden Tabelle zusammen und stelle eine Formel auf, mit der man die Winkelsumme aus der Zahl  $n$  der Ecken berechnen kann:

Eckenzahl	Winkelsumme
3	
4	
5	
6	
7	
$n$	

## Aufgabe 22

Beweise den Winkelsummensatz für das unten abgebildete Siebeneck nach der folgenden Anleitung

1. Durchwandert man das Polygon einmal vollständig, so hat man sich insgesamt genau einmal um sich selbst gedreht.

2. Wenn man sich an der 1. Ecke um  $\beta_1$ , an der 2. Ecke um  $\beta_2$ , an der 3. Ecke um  $\beta_3$  usw. nach links gedreht hat, muss die Summe der Außenwinkel also  $\text{_____}^\circ$  ergeben:

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \dots + \beta_7 = \text{_____}^\circ$$

3. Die Innenwinkel  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$  sind die \_\_\_\_\_ der Winkel  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots$ , d.h.,

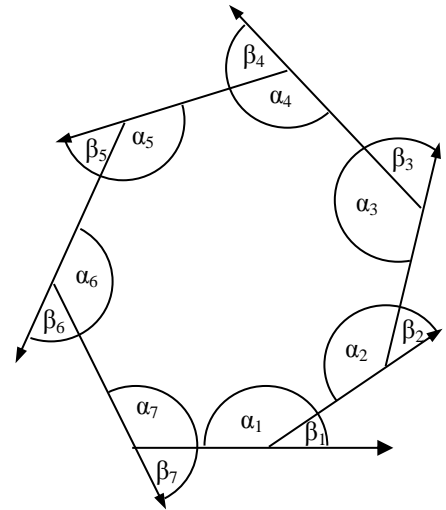
$$\beta_1 = \text{_____}^\circ - \alpha_1, \beta_2 = \text{_____}^\circ - \alpha_2 \text{ usw.}$$

4. Durch Einsetzen in die Summe der Außenwinkel erhält man

$$\text{_____}^\circ - \alpha_1 + \text{_____}^\circ - \alpha_2 + \dots + \text{_____}^\circ - \alpha_7 = \text{_____}^\circ.$$

5. Durch Auflöserhält man

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_7 = \text{_____}^\circ$$



## 2.2. Lösungen zu den Aufgaben zu Figuren

### Aufgabe 1

- a)  $\alpha = 60,0^\circ$ ,  $\beta = 46,8^\circ$  und  $\gamma = 73,2^\circ$   
 b)  $\alpha = 43,3^\circ$ ,  $\beta = 62,7^\circ$  und  $\gamma = 70,0^\circ$   
 c)  $\alpha = 42,9^\circ$ ,  $\beta = 107,1^\circ$  und  $\gamma = 30,0^\circ$

### Aufgaben 2 und 3

siehe Skript

### Aufgabe 4

- a) Höhe  $h = 4$  cm, Basiswinkel  $\alpha = 26,9^\circ$ , Schenkelwinkel  $\gamma = 53,1^\circ$   
 b) Höhe  $h = 3,35$  cm, Schenkel  $a = 5,2$  cm, Schenkelwinkel  $\gamma = 100^\circ$   
 c) Höhe  $h = 4,7$  cm, Basis  $c = 3,4$  cm, Basiswinkel  $\alpha = 70^\circ$ .  
 d) Höhe  $h = 3,57$  cm, Schenkel  $a = 4,66$  cm, Basiswinkel  $\alpha = 65^\circ$   
 e) Höhe  $h = 4,47$  cm  
 f) Hypotenuse  $c = 5$  cm,  $\alpha = 26,9^\circ$ ,  $\beta = 53,1^\circ$   
 g) Katheten  $a = 3$  cm und  $b = 5,2$  cm,  $\beta = 60^\circ$   
 h)  $b = 5,74$  cm,  $\alpha = 34,8^\circ$ ,  $\beta = 55,2^\circ$

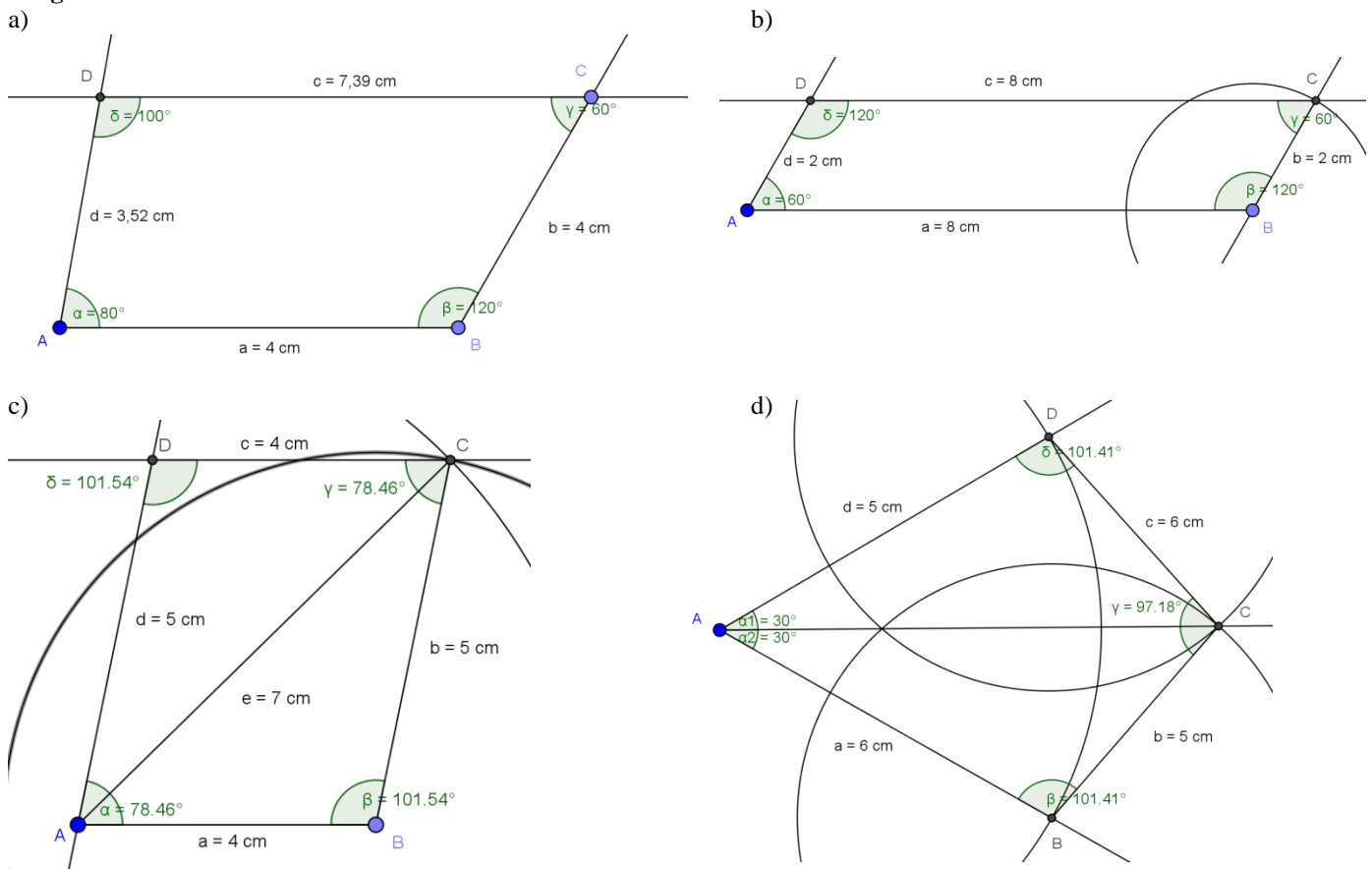
### Aufgabe 5

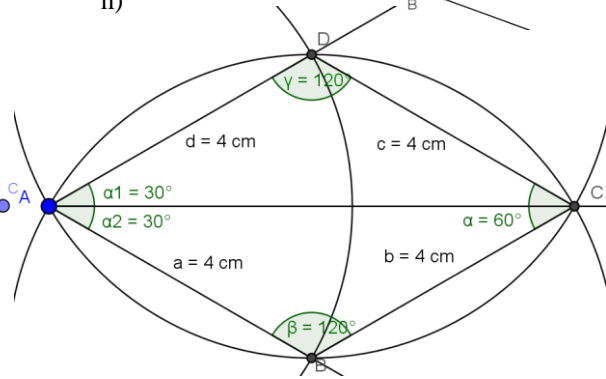
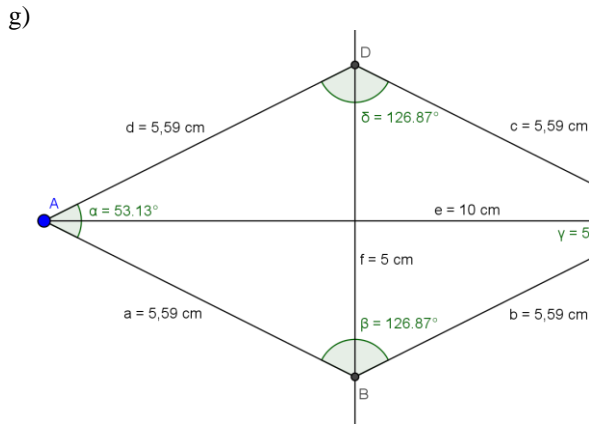
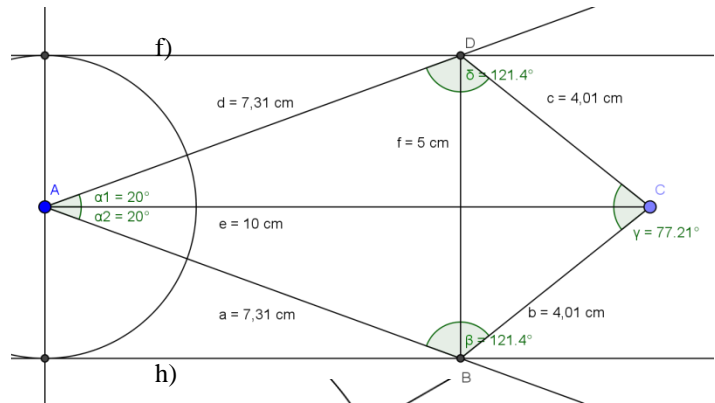
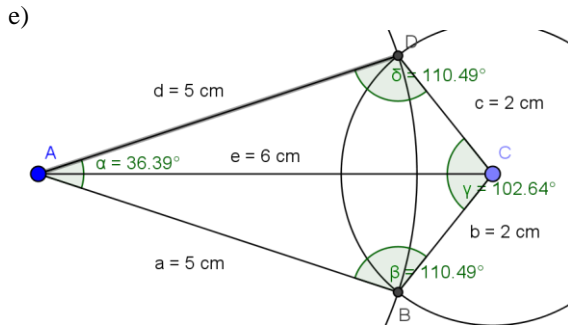
- a)  $\alpha = 71,6^\circ$ ,  $\beta = 55,5^\circ$ ,  $\gamma = 119,7^\circ$  und  $\delta = 113,1^\circ$   
 b)  $\alpha = 26,6^\circ$ ,  $\beta = 116,5^\circ$ ,  $\gamma = 26,6^\circ$  und  $\delta = 190,3^\circ$   
 c)  $\alpha = 11,3^\circ$ ,  $\beta = 135,0^\circ$ ,  $\gamma = 63,4^\circ$  und  $\delta = 150,3^\circ$

### Aufgaben 6 und 7

siehe Skript

### Aufgabe 8





### Aufgabe 9

- a) 50 dm<sup>2</sup>, 1300 cm<sup>2</sup>, 2200 ha, 2400 a  
 b) 2030 ha, 715 mm<sup>2</sup>, 2015 a  
 c) 4 009 m<sup>2</sup>, 4 019 a, 378 cm<sup>2</sup>  
 d) 7 m<sup>2</sup> 30 dm<sup>2</sup>, 12 cm<sup>2</sup> 50 mm<sup>2</sup>, 1 m<sup>2</sup> 43 dm<sup>2</sup> 60 cm<sup>2</sup>, 5 a 43 m<sup>2</sup>, 8 ha, 97 a 71 m<sup>2</sup>, 700 km<sup>2</sup> 60 ha

### Aufgabe 10

341 dm<sup>2</sup>, 1701 dm<sup>2</sup>, 802 cm<sup>2</sup>, 931 cm<sup>2</sup>, 50 005 cm<sup>2</sup>, 10 205 cm<sup>2</sup>.

### Aufgabe 11

1. Spalte: alle 7 cm<sup>2</sup> und 2. Spalte: alle 5 cm<sup>2</sup>!

### Aufgabe 12

10, 20, 30, 50 und  $8 \cdot 17 = 136$  mm<sup>2</sup> bzw. cm<sup>2</sup> bzw. dm<sup>2</sup>. Rechteck:  $A = 30 \text{ cm} \cdot 60 \text{ cm} = 1800 \text{ cm}^2 = 18 \text{ dm}^2$ .

### Aufgabe 13

	a)	b)	c)	d)	e)
a	4 cm	5 m	<b>200 m</b>	23 mm	300 m
b	3 dm	<b>40 m</b>	30 cm	<b>80 cm</b>	<b>50 km (!)</b>
A	<b>120 cm<sup>2</sup></b>	200 m <sup>2</sup>	60 m <sup>2</sup>	184 cm <sup>2</sup>	15 km <sup>2</sup>

### Aufgabe 14

- a) Die Türen haben eine Gesamtfläche von  $6 \cdot 200 \text{ cm} \cdot 82 \text{ cm} = 6 \cdot 16400 \text{ cm}^2 = 6 \cdot 164 \text{ dm}^2 = 984 \text{ dm}^2$ . Vorder- und Rückseite je zweimal streichen erfordert Farbe für  $4 \cdot 984 \text{ dm}^2 = 3936 \text{ dm}^2$ , d.h. 4 Eimer für jeweils  $12 \text{ m}^2 = 1200 \text{ dm}^2$ .  
 b) Man kann die Terrasse ohne Verschnitt mit  $16 \cdot 25 = 400$  Platten auslegen, das macht dann  $25 \cdot 8,90 = 222,50 \text{ €}$ .  
 c) Die Scheiben haben eine Gesamtfläche von  $8 \cdot 15 \text{ dm} \cdot 24 \text{ dm} = 2880 \text{ dm}^2 = 28,8 \text{ m}^2$  das macht dann  $78 \cdot 28,8 = 2246,40 \text{ €}$ .  
 d) Das quadratische Feld hat eine Seitenlänge von 200 m. der Streifen ist dann  $200 \text{ m} + 194 \text{ m} + 200 \text{ m} + 194 \text{ m} = 788 \text{ m}$  lang mit einer Fläche von  $3 \text{ m} \cdot 788 \text{ m} = 2364 \text{ m}^2$ . Bei dem rechteckigen Feld ist der Streifen  $500 \text{ m} + 74 \text{ m} + 500 \text{ m} + 74 \text{ m} = 1148 \text{ m}$  lang und benötigt eine Fläche von  $3 \text{ m} \cdot 1148 \text{ m} = 3444 \text{ m}^2$ . Von allen Rechtecken mit der Fläche 4 ha hat das Quadrat den kleinsten Umfang.

### Aufgabe 15: Ein Kästchen hat einen Inhalt von 25 mm<sup>2</sup>; vier Kästchen einen Inhalt von 100 mm<sup>2</sup> = 1 cm<sup>2</sup>.

**Links:** Oben: Sechseck: 375 mm<sup>2</sup>, Fünfeck: 175 mm<sup>2</sup>, Sechseck: 375 mm<sup>2</sup>, Sechseck links unten: 875 mm<sup>2</sup>, Trapez rechts Mitte 300 mm<sup>2</sup>, kleines Dreieck: 50 mm<sup>2</sup>, großes Dreieck: 150 mm<sup>2</sup>.

**Rechts:** Oben: beide Dreiecke 200 mm<sup>2</sup>, Mitte: alle Dreiecke 200 mm<sup>2</sup>, Fünfeck: 450 mm<sup>2</sup>, Achteck: 1050 mm<sup>2</sup>.

**Aufgabe 16**

- a)  $12 \text{ cm}^2$
- b)  $13,4 \text{ cm}^2$
- c)  $16 \text{ cm}^2$
- d)  $10,71 \text{ cm}^2$
- e)  $8,94 \text{ cm}^2$
- f)  $6 \text{ cm}^2$
- g)  $7,8 \text{ cm}^2$
- h)  $11,48 \text{ cm}^2$

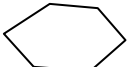
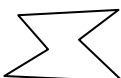
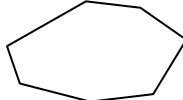
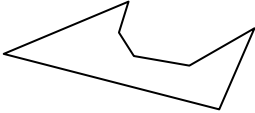
**Aufgaben 17 und 18**

siehe Skript

**Aufgabe 19**

- a)  $17,3 \text{ cm}^2$
- b)  $13,84 \text{ cm}^2$
- c)  $19,6 \text{ cm}^2$
- d)  $23,52 \text{ cm}^2$
- e)  $9,36 \text{ cm}^2$
- f)  $25 \text{ cm}^2$
- g)  $25 \text{ cm}^2$
- h)  $13,86 \text{ cm}^2$

**Aufgabe 20**

- a)  b)  c)  d) 

**Aufgaben 21 und 22**

siehe Skript