

2.6. Prüfungsaufgaben zu Kongruenzabbildungen

Aufgabe 1: Konstruktionsbeschreibung (2)

Konstruiere zwei nicht kongruente Dreiecke mit $a = 4 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$ und $\beta = 30^\circ$ und beschreibe die Konstruktion. Bestimme jeweils alle fehlenden Maße

Lösung:

1. Zeichne die Strecke $a = BC$
2. Zeichne die Gerade c im Winkel β zu a durch B .
3. Zeichne einen Kreis mit Radius b um C
4. Die beiden möglichen Punkte A und A' sind die Schnittpunkte des Kreises mit der Geraden.
 $c \approx 1,2 \text{ cm}$, $\alpha \approx 138^\circ$ und $\gamma \approx 12^\circ$ oder $c' \approx 5,7 \text{ cm}$, $\alpha \approx 42^\circ$ und $\gamma \approx 108^\circ$

Aufgabe 2: Konstruktionsbeschreibung (2)

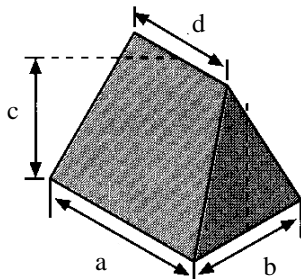
Konstruiere zwei nicht kongruente Dreiecke mit $a = 5 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$ und $\beta = 20^\circ$ und beschreibe die Konstruktion. Bestimme jeweils alle fehlenden Maße

Lösung:

1. Zeichne die Strecke $a = BC$
2. Zeichne die Gerade c im Winkel β zu a durch B .
3. Zeichne einen Kreis mit Radius b um C
4. Die beiden möglichen Punkte A und A' sind die Schnittpunkte des Kreises mit der Geraden.
 $c \approx 2,2 \text{ cm}$, $\alpha \approx 146^\circ$ und $\gamma \approx 14^\circ$ oder $c' \approx 7,2 \text{ cm}$, $\alpha \approx 34^\circ$ und $\gamma \approx 146^\circ$

Aufgabe 3: Flächenbestimmung (7)

Die Maße des abgebildeten Daches sind $a = 10 \text{ m}$, $b = 6 \text{ m}$, $c = 4 \text{ m}$ und $d = 6 \text{ m}$. Bestimme seine Fläche.



Lösung

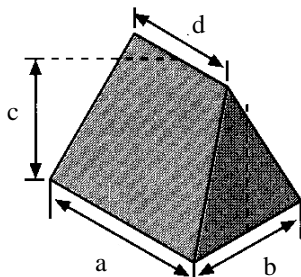
Die Giebelflächen sind $h_g \approx 4,5 \text{ m}$ hoch und haben zusammen einen Inhalt von $A_g = b \cdot h_g = 27 \text{ m}^2$ (3)

Die Seitenflächen sind $h_s = 5 \text{ m}$ hoch und haben zusammen einen Inhalt von $A_s = (a + d) \cdot h_s = 80 \text{ m}^2$ (3)

Das Dach hat also den Flächeninhalt $A = A_g + A_s \approx 107 \text{ m}^2$ (1)

Aufgabe 4: Flächenbestimmung (7)

Die Maße des abgebildeten Daches sind $a = 12 \text{ m}$, $b = 8 \text{ m}$, $c = 6 \text{ m}$ und $d = 8 \text{ m}$. Bestimme seine Fläche.



Lösung

Die Giebelflächen sind $h_g \approx 6,3 \text{ m}$ hoch und haben zusammen einen Inhalt von $A_g = b \cdot h_g = 50,4 \text{ m}^2$ (3)

Die Seitenflächen sind $h_s \approx 7,2 \text{ m}$ hoch und haben zusammen einen Inhalt von $A_s = (a + d) \cdot h_s \approx 144 \text{ m}^2$ (3)

Das Dach hat also den Flächeninhalt $A = A_g + A_s \approx 194,4 \text{ m}^2$ (1)

Aufgabe 5: Raumdiagonale (5)

Bestimme die Länge der Raumdiagonalen in einem Quader mit den Kantenlängen $a = 3$ cm, $b = 5$ cm und $c = 7$ cm.

Lösung

Rechtwinkliges Dreieck nach Kongruenzsatz sws mit Flächendiagonale $d_{ab} \approx 5,83$ cm oder $d_{bc} \approx 8,60$ cm oder $d_{ac} \approx 7,61$ cm (2)

Rechtwinkliges Dreieck nach Kongruenzsatz sws mit Raumdiagonale $d \approx 9,11$ cm (3)

Aufgabe 6: Raumdiagonale (5)

Bestimme die Länge der Raumdiagonalen in einem Quader mit den Kantenlängen $a = 5$ cm, $b = 7$ cm und $c = 9$ cm.

Lösung

Rechtwinkliges Dreieck nach Kongruenzsatz sws mit Flächendiagonale $d_{ab} \approx 8,60$ cm oder $d_{bc} \approx 11,40$ cm oder $d_{ac} \approx 10,30$ cm (2)

Rechtwinkliges Dreieck nach Kongruenzsatz sws mit Raumdiagonale $d \approx 12,45$ cm (3)

Aufgabe 7: Entfernungen (4)

Die beiden Messpunkte sind 20 m voneinander entfernt.

Die Winkel betragen $\alpha = 69,5^\circ$ und $\beta = 76^\circ$. Wie hoch ist der Münsterturm?

Lösung

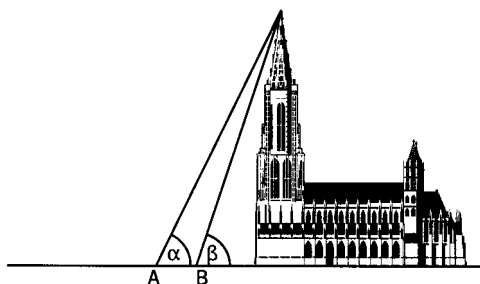
Maßstab z.B. 1:1000 (1)

beschriftete Zeichnung (1)

Kongruenzsatz wsw (1)

Antwortsatz (1)

Die Höhe beträgt 160,5 m



Aufgabe 8: Entfernungen (4)

Von einer 20 m über dem Ufer gelegenen Mauer werden die Ufer unter den gegebenen Winkeln angepeilt. Wie breit ist der Fluss? Gib den verwendeten Kongruenzsatz und den Maßstab der Zeichnung an.

Lösung

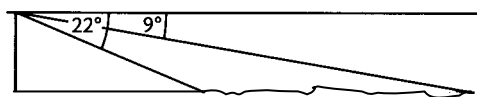
Maßstab z.B. 1:1000 (1)

beschriftete Zeichnung (1)

Kongruenzsatz wsw (1)

Antwortsatz (1)

Die Breite beträgt 76,8 m



Aufgabe 9: Entfernungen (5)

Die Fahrtlinie eines Bootes ist 150 m vom Standpunkt des Beobachters entfernt. Der Winkel zwischen der Fahrtrichtung und der Richtung zum Standpunkt beträgt 68° . Zwei Minuten später beträgt der entsprechende Winkel 138° . Bestimme daraus die zurückgelegte Strecke und die Geschwindigkeit des Bootes. Gib den verwendeten Kongruenzsatz und den Maßstab der Zeichnung an.

Lösung

Maßstab z.B. 1:2000 (1)

beschriftete Zeichnung (1)

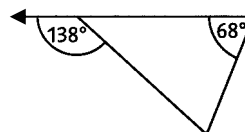
Kongruenzsatz wsw (1)

Geschwindigkeit (1)

Antwortsatz (1)

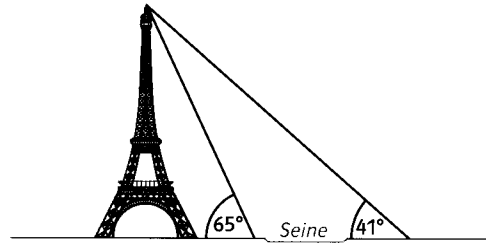
Die zurück gelegte Strecke ist 227,2 m lang. Die

Geschwindigkeit beträgt also $v = \frac{227,2 \text{ m}}{2 \text{ min}} = 6,8 \text{ km/h}$



Aufgabe 10: Entfernungen (4)

Der Eiffelturm ist 300 m hoch. Wie weit sind die beiden Messpunkte voneinander entfernt? Gib den verwendeten Kongruenzsatz und den Maßstab der Zeichnung an.



Lösung

Maßstab z.B. 1:2000 (1)

beschriftete Zeichnung (1)

Kongruenzsatz wsw (1)

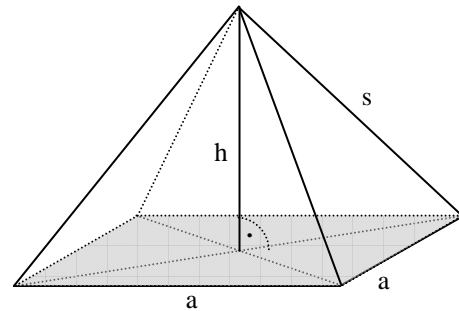
Antwortsatz (1)

Die Punkte sind 140 und 345 m vom Fußpunkt entfernt.

Der Abstand beträgt 205 m

Aufgabe 11: Höhe einer Pyramide (5)

Bestimme die Höhe h der abgebildeten Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die Grundkanten sind $a = 5$ cm lang und die Seitenkanten $s = 8$ cm. Gib jeweils den verwendeten Kongruenzsatz an.



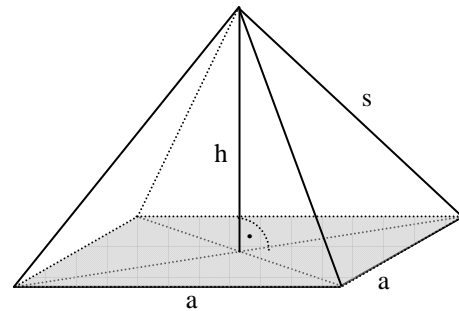
Lösung

beschriftete Zeichnung des Grundflächendreiecks mit Kongruenzsatz sws und Flächendiagonale $d \approx 7,1$ cm (2)

beschriftete Zeichnung des Grundflächendreiecks mit Kongruenzsatz Ssw und Höhe $h \approx 7,2$ cm (3)

Aufgabe 12: Höhe einer Pyramide (5)

Bestimme die Höhe h der abgebildeten Pyramide mit quadratischer Grundfläche. Die Grundkanten sind $a = 4$ cm lang und die Seitenkanten $s = 7$ cm. Gib jeweils den verwendeten Kongruenzsatz an.



Lösung

beschriftete Zeichnung des Grundflächendreiecks mit Kongruenzsatz sws und Flächendiagonale $d \approx 5,7$ cm (2)

beschriftete Zeichnung des Grundflächendreiecks mit Kongruenzsatz Ssw und Höhe $h \approx 6,4$ cm (3)

Aufgabe 13: Beweisaufgabe (5)

Wenn man auf den Seiten eines Quadrates jeweils gleich lange Strecken abträgt, erhält man ein neues Viereck. Zeige, dass dieses Viereck ein Quadrat ist.

Lösung

Die Dreiecke $AB'A'$, $BC'B'$, $CD'C'$ und $DA'D'$ sind nach dem Kongruenzsatz sws zueinander kongruent. (2)
Daher sind die Strecken $A'B'$, $B'C'$, $C'D'$ und $D'A'$ gleich lang. (1)

Da die entsprechenden Winkel aller Dreiecke gleich groß sind und mit dem Innenwinkel des Vierecks jeweils 180° ergeben, müssen diese Innenwinkel auch alle gleich groß sein. (1)

Ein gleichseitiges Viereck mit gleichen Winkeln ist ein Quadrat. (1)

