

## 2.7. Prüfungsaufgaben zu Ähnlichkeitsabbildungen

### Aufgabe 1: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung

Gegeben ist das Dreieck ABC mit  $A(-1|-1)$ ,  $B(-1|-2)$  und  $C(-2|-1)$ . Durch eine zentrische Streckung an  $Z(0|0)$  mit dem Streckfaktor  $k = -2$  entsteht das Dreieck  $A'B'C'$ . Gib die Koordinaten der Eckpunkte  $A'$ ,  $B'$  und  $C'$  des gestreckten Dreiecks an und berechne die Flächen der beiden Dreiecke.

#### Lösung

$A'(2|2)$ ,  $B'(2|4)$  und  $C'(4|2)$  mit  $A_{ABC} = 0,5$  und  $A_{A'B'C'} = 2$ .

### Aufgabe 2: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung

Strecke das Dreieck ABC mit  $A(-2|0)$ ,  $B(0|2)$  und  $C(-3|2)$  vom Zentrum  $Z(0|1)$  aus um den Faktor  $k$ . Zeichne alle drei Dreiecke in ein gemeinsames Koordinatensystem. Gib die Koordinaten aller Bildpunkte sowie die Flächeninhalte aller Dreiecke an.

a)  $k = -2$

b)  $k = 0,5$

#### Lösung

a)  $A'(4|3)$ ,  $B'(0|-1)$  und  $C'(6|-1)$  mit  $A_{ABC} = 3$  und  $A_{A'B'C'} = 12$ .

b)  $A''(-1|0,5)$ ,  $B''(0|1,5)$  und  $C''(-1,5|1,5)$  mit  $A_{A''B''C''} = \frac{3}{4}$ .

### Aufgabe 3: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung

Strecke das Dreieck ABC mit  $A(2|0)$ ,  $B(3|2)$  und  $C(0|2)$  vom Zentrum  $Z(0|1)$  aus um den Faktor  $k$ . Zeichne alle drei Dreiecke in ein gemeinsames Koordinatensystem. Gib die Koordinaten aller Bildpunkte sowie die Flächeninhalte aller Dreiecke an.

a)  $k = -2$

b)  $k = 0,5$

#### Lösung

a)  $A'(-4|3)$ ,  $B'(-6|-1)$  und  $C'(0|-1)$  mit  $A_{ABC} = 3$  und  $A_{A'B'C'} = 12$ .

b)  $A''(1|0,5)$ ,  $B''(1,5|1,5)$  und  $C''(0|1,5)$  mit  $A_{A''B''C''} = \frac{3}{4}$ .

### Aufgabe 4: Zentrische Streckung mit Bestimmung des Streckzentrums und Flächenberechnung

Gegeben ist das Dreieck ABC mit  $A(2|1)$ ,  $B(2|3)$  und  $C(4|1)$ . Durch eine zentrische Streckung mit dem Streckfaktor  $k = -1$  entsteht das Dreieck  $A'B'C'$  mit  $A'(0|-1)$  und  $B'(0|-3)$ . Gib die Koordinaten des Zentrums  $Z$  sowie des Punktes  $C'$  an und berechne die Flächen der beiden Dreiecke.

#### Lösung

$Z(1|0)$  und  $C'(-2|-1)$  mit  $A_{ABC} = A_{A'B'C'} = 2$ . (Punktspiegelung!)

### Aufgabe 5: Zentrische Streckung mit Bestimmung des Streckzentrums und Flächenberechnung (10)

a) Zeichne das Dreieck ABC mit  $A(4|-1,5)$ ,  $B(6|-1,5)$  und  $C(6|1)$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit  $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$ .

b) Die Strecke  $A'C'$  mit  $A'(0|0)$  und  $C'(4|5)$  ist durch Streckung der Strecke AC von Zentrum Z aus entstanden. Bestimme zeichnerisch das Zentrum Z und den Bildpunkt  $B'$  und gib die Koordinaten dieser beiden Punkte an.

c) Berechne die Längen der Strecken AB sowie  $A'B'$  und bestimme außerdem den Streckfaktor  $k$ .

d) Wie groß ist die Fläche des gestreckten Dreiecks?

### Lösung

- a) Zeichnung (3)
- b)  $Z(8|-3)$  und  $B'(4|0)$  (2)
- c)  $k = 2$  mit  $\overline{AB} = 2$  und  $\overline{A'B'} = 4$  (3)
- d)  $A_{ABC} = 2,5$  und  $A_{A'B'C'} = 10$  (2)

### Aufgabe 6: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung (12)

- a) Zeichne das Dreieck ABC mit  $A(-4|1,5)$ ,  $B(-6|1,5)$  und  $C(-6|-1)$  in ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit  $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$ .
- b) Die Strecke  $A'C'$  mit  $A'(0|0)$  und  $C'(-4|-5)$  ist durch Streckung der Strecke AC von Zentrum Z entstanden. Bestimme zeichnerisch das Zentrum Z und den Bildpunkt B' und gib die Koordinaten dieser beiden Punkte an.
- c) Berechne die Längen der Strecken AB sowie  $A'B'$  und bestimme außerdem den Streckfaktor k.
- d) Wie groß ist die Fläche des gestreckten Dreiecks?

### Lösung

- a) Zeichnung (3)
- b)  $Z(-8|3)$  und  $B'(-4|0)$  (2)
- c)  $k = 2$  mit  $\overline{AB} = 2$  und  $\overline{A'B'} = 4$  (3)
- d)  $A_{ABC} = 2,5$  und  $A_{A'B'C'} = 10$  (2)

### Aufgabe 7: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung (16)

- a) Zeichne das Dreieck ABC mit  $A(2|-1)$ ,  $B(8|2)$  und  $C(5|5)$  in ein Koordinatensystem mit  $-10 \leq x \leq 8$  und  $-1 \leq y \leq 6$  sowie  $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$ . (1)
- b) Berechne seinen Flächeninhalt (3)
- c) Berechne die Länge der Strecke AB. (2)
- d) Spiegle das Dreieck am Punkt  $Z(-1|2)$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. (3)
- e) Strecke das Dreieck am Zentrum  $Z(-1|2)$  mit dem Streckfaktor  $k = \frac{2}{3}$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. (3)
- f) Strecke das Dreieck am Zentrum  $Z(-1|2)$  mit dem Streckfaktor  $k = -\frac{1}{2}$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. Wie groß ist der Flächeninhalt des neuen Dreiecks? (4)

### Lösung

- a) Zeichnung (1)
- b)  $A_{ABC} = 25,5 \text{ FE}$  (3)
- c)  $\overline{AB} = 3\sqrt{5} \text{ LE}$  (2)
- d)  $A'(-4|5)$ ,  $B'(-10|2)$  und  $C'(-7|-1)$  (3)
- e)  $A''(1|1)$ ,  $B''(5|2)$  und  $C''(3|4)$  (3)
- f)  $A'''(-2,5|3,5)$ ,  $B'''(-5,5|2)$  und  $C'''(-4|0,5)$  mit  $A_{A'''B'''C'''} = \frac{3}{4}\sqrt{5} \text{ LE}$  (4)

### Aufgabe 8: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung (16)

- a) Zeichne das Dreieck ABC mit  $A(4|-1)$ ,  $B(10|2)$  und  $C(7|5)$  in ein Koordinatensystem mit  $-8 \leq x \leq 10$  und  $-1 \leq y \leq 6$  sowie  $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$ . (1)
- b) Berechne seinen Flächeninhalt (3)
- c) Berechne die Länge der Strecke AB. (2)
- d) Spiegle das Dreieck am Punkt  $Z(1|2)$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. (3)
- e) Strecke das Dreieck am Zentrum  $Z(1|2)$  mit dem Streckfaktor  $k = \frac{2}{3}$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. (3)
- f) Strecke das Dreieck am Zentrum  $Z(1|2)$  mit dem Streckfaktor  $k = -\frac{1}{2}$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. Wie groß ist der Flächeninhalt des neuen Dreiecks? (3)

**Lösung**

- a) Zeichnung (1)  
 b)  $A_{ABC} = 25,5 \text{ FE}$  (3)  
 c)  $\overline{AB} = 3\sqrt{5} \text{ LE}$  (2)  
 d)  $A'(-2|5)$ ,  $B'(-8|2)$  und  $C'(-5|-1)$  (3)  
 e)  $A''(3|1)$ ,  $B''(7|2)$  und  $C''(5|4)$  (3)  
 f)  $A'''(-0,5|3,5)$ ,  $B'''(-3,5|2)$  und  $C'''(-2|0,5)$  mit  $A_{A''''B''''C''''} = \frac{3}{4}\sqrt{5} \text{ LE}$  (4)

**Aufgabe 9: Spiegelung (5)**

Spiegle das Dreieck ABC mit  $A(3|0)$ ,  $B(7|2)$  und  $C(5|3,5)$  an der Achse  $g = (PQ)$  mit  $P(0|1)$  und  $Q(8|5)$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an.

**Lösung**

$A'(1|4)$ ,  $B'(5|6)$  und  $C'(5|3,5)$  (5)

**Aufgabe 10: Spiegelung (5)**

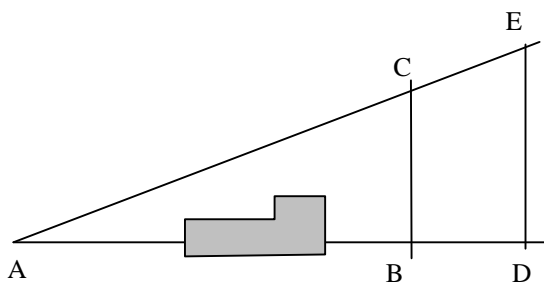
Spiegle das Dreieck ABC mit  $A(3|-2)$ ,  $B(7|0)$  und  $C(5|1,5)$  an der Achse  $g = (PQ)$  mit  $P(0|-1)$  und  $Q(8|3)$  und gib die Koordinaten der Bildpunkte an.

**Lösung**

$A'(1|2)$ ,  $B'(5|4)$  und  $C'(5|1,5)$  (5)

**Aufgabe 11: Entfernungen (6)**

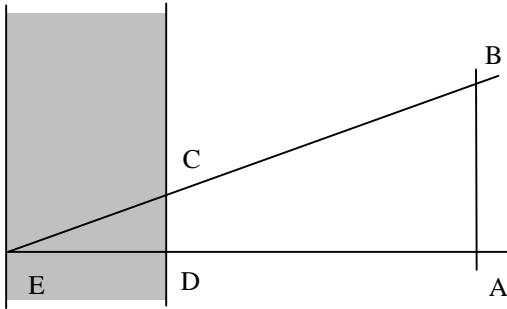
Es soll die Entfernung zwischen den beiden Punkten A und D bestimmt werden. Zwischen ihnen liegt jedoch ein Gebäude. Die folgenden Strecken konnten vermessen werden.  $AC = 63 \text{ m}$ ,  $CE = 14 \text{ m}$  und  $BD = 10 \text{ m}$ . Bestimme AD.

**Lösung**

$$\frac{x}{10\text{m}} = \frac{77\text{m}}{14\text{m}} \Rightarrow x = 55 \text{ m}$$

**Aufgabe 12: Entfernungen (6)**

Berechne die Breite des Flusses (siehe Skizze), wenn folgende Längen gegeben sind:  $\overline{AB} = 160$  m,  $\overline{AD} = 60$  m und  $\overline{CD} = 40$  m.

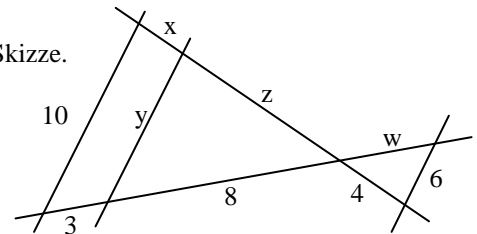


**Lösung**

$$\frac{x}{40\text{m}} = \frac{x+60\text{m}}{160\text{m}} \Rightarrow x = 20 \text{ m}$$

**Aufgabe 13: Strahlensätze (4)**

Berechne die fehlenden Größen  $x$ ,  $y$ ,  $z$  und  $w$  in der rechts abgebildeten Skizze.



**Lösung**

$$\frac{6}{10} = \frac{w}{3+8} \Rightarrow w = 11 \cdot \frac{6}{10} = \frac{33}{5} = 6,6 \quad (1)$$

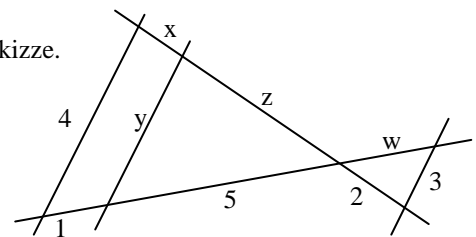
$$\frac{8}{w} = \frac{z}{4} \Rightarrow z = 4 \cdot \frac{8}{w} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 5}{33} = \frac{160}{33} = 4,84 \quad (1)$$

$$\frac{8}{w} = \frac{y}{6} \Rightarrow y = 6 \cdot \frac{8}{w} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 6}{33} = \frac{80}{11} = 7,27 \quad (1)$$

$$\frac{x}{z} = \frac{3}{8} \Rightarrow x = z \cdot \frac{3}{8} = \frac{160}{33} \cdot \frac{3}{8} = \frac{20}{11} = 1,81 \quad (1)$$

**Aufgabe 14: Strahlensätze (4)**

Berechne die fehlenden Größen  $x$ ,  $y$ ,  $z$  und  $w$  in der rechts abgebildeten Skizze.



**Lösung**

$$\frac{3}{4} = \frac{w}{1+5} \Rightarrow w = 6 \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{2} = 4,5 \quad (1)$$

$$\frac{5}{w} = \frac{z}{2} \Rightarrow z = 2 \cdot \frac{5}{w} = \frac{20}{9} = 2,2 \quad (1)$$

$$\frac{5}{w} = \frac{y}{3} \Rightarrow y = 3 \cdot \frac{5}{w} = \frac{15}{w} = \frac{10}{3} = 3,3 \quad (1)$$

$$\frac{x}{z} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = z \cdot \frac{1}{5} = \frac{4}{9} = 0,4 \quad (1)$$