

2.7. Prüfungsaufgaben zu Ähnlichkeitsabbildungen

Aufgabe 1: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung

Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A(-1|-1)$, $B(-1|-2)$ und $C(-2|-1)$. Durch eine zentrische Streckung an $Z(0|0)$ mit dem Streckfaktor $k = -2$ entsteht das Dreieck $A'B'C'$. Gib die Koordinaten der Eckpunkte A' , B' und C' des gestreckten Dreiecks an und berechne die Flächen der beiden Dreiecke.

Lösung

$A'(2|2)$, $B'(2|4)$ und $C'(4|2)$ mit $A_{ABC} = 0,5$ und $A_{A'B'C'} = 2$.

Aufgabe 2: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung

Strecke das Dreieck ABC mit $A(-2|0)$, $B(0|2)$ und $C(-3|2)$ vom Zentrum $Z(0|1)$ aus um den Faktor k . Zeichne alle drei Dreiecke in ein gemeinsames Koordinatensystem. Gib die Koordinaten aller Bildpunkte sowie die Flächeninhalte aller Dreiecke an.

- $k = -2$
- $k = 0,5$

Lösung

a) $A'(4|3)$, $B'(0|-1)$ und $C'(6|-1)$ mit $A_{ABC} = 3$ und $A_{A'B'C'} = 9$.

b) $A''(-1|0,5)$, $B''(0|1,5)$ und $C''(-1,5|1,5)$ mit $A_{A''B''C''} = \frac{1}{3}$.

Aufgabe 3: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung

Strecke das Dreieck ABC mit $A(2|0)$, $B(3|2)$ und $C(0|2)$ vom Zentrum $Z(0|1)$ aus um den Faktor k . Zeichne alle drei Dreiecke in ein gemeinsames Koordinatensystem. Gib die Koordinaten aller Bildpunkte sowie die Flächeninhalte aller Dreiecke an.

- $k = -2$
- $k = 0,5$

Lösung

a) $A'(-4|3)$, $B'(-6|-1)$ und $C'(0|-1)$ mit $A_{ABC} = 3$ und $A_{A'B'C'} = 9$.

b) $A''(1|0,5)$, $B''(1,5|1,5)$ und $C''(0|1,5)$ mit $A_{A''B''C''} = \frac{1}{3}$.

Aufgabe 4: Zentrische Streckung mit Bestimmung des Streckzentrums und Flächenberechnung

Gegeben ist das Dreieck ABC mit $A(2|1)$, $B(2|3)$ und $C(4|1)$. Durch eine zentrische Streckung mit dem Streckfaktor $k = -1$ entsteht das Dreieck $A'B'C'$ mit $A'(0|-1)$ und $B'(0|-3)$. Gib die Koordinaten des Zentrums Z sowie des Punktes C' an und berechne die Flächen der beiden Dreiecke.

Lösung

$Z(1|0)$ und $C'(-2|-1)$ mit $A_{ABC} = A_{A'B'C'} = 2$. (Punktspiegelung!)

Aufgabe 5: Zentrische Streckung mit Bestimmung des Streckzentrums und Flächenberechnung (10)

- Zeichne das Dreieck ABC mit $A(4|-1,5)$, $B(6|-1,5)$ und $C(6|1)$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$.
- Die Strecke $A'C'$ mit $A'(0|0)$ und $C'(4|5)$ ist durch Streckung der Strecke AC von Zentrum Z aus entstanden. Bestimme zeichnerisch das Zentrum Z und den Bildpunkt B' und gib die Koordinaten dieser beiden Punkte an.
- Berechne die Längen der Strecken AB sowie A'B' und bestimme außerdem den Streckfaktor k.
- Wie groß ist die Fläche des gestreckten Dreiecks?

Lösung

- a) Zeichnung (3)
- b) $Z(8|-3)$ und $B'(4|0)$ (2)
- c) $k = 2$ mit $\overline{AB} = 2$ und $\overline{A'B'} = 4$ (3)
- d) $A_{ABC} = 2,5$ und $A_{A'B'C'} = 6,25$ (2)

Aufgabe 6: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung (12)

- a) Zeichne das Dreieck ABC mit $A(-4|1,5)$, $B(-6|1,5)$ und $C(-6|-1)$ in ein rechtwinkliges Koordinatensystem mit $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$.
- b) Die Strecke $A'C'$ mit $A'(0|0)$ und $C'(-4|-5)$ ist durch Streckung der Strecke AC von Zentrum Z entstanden. Bestimme zeichnerisch das Zentrum Z und den Bildpunkt B' und gib die Koordinaten dieser beiden Punkte an.
- c) Berechne die Längen der Strecken AB sowie $A'B'$ und bestimme außerdem den Streckfaktor k.
- d) Wie groß ist die Fläche des gestreckten Dreiecks?

Lösung

- a) Zeichnung (3)
- b) $Z(-8|3)$ und $B'(-4|0)$ (2)
- c) $k = 2$ mit $\overline{AB} = 2$ und $\overline{A'B'} = 4$ (3)
- d) $A_{ABC} = 2,5$ und $A_{A'B'C'} = 6,25$ (2)

Aufgabe 7: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung (16)

- a) Zeichne das Dreieck ABC mit $A(2|-1)$, $B(8|2)$ und $C(5|5)$ in ein Koordinatensystem mit $-10 \leq x \leq 8$ und $-1 \leq y \leq 6$ sowie $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$. (1)
- b) Berechne seinen Flächeninhalt (3)
- c) Berechne die Länge der Strecke AB. (2)
- d) Spiegle das Dreieck am Punkt $Z(-1|2)$ und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. (3)
- e) Strecke das Dreieck am Zentrum $Z(-1|2)$ mit dem Streckfaktor $k = \frac{2}{3}$ und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. (3)
- f) Strecke das Dreieck am Zentrum $Z(-1|2)$ mit dem Streckfaktor $k = -\frac{1}{2}$ und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. Wie groß ist der Flächeninhalt des neuen Dreiecks? (4)

Lösung

- a) Zeichnung (1)
- b) $A_{ABC} = 25,5 \text{ FE}$ (3)
- c) $\overline{AB} = 3\sqrt{5} \text{ LE}$ (2)
- d) $A'(-4|5)$, $B'(-10|2)$ und $C'(-7|-1)$ (3)
- e) $A''(1|1)$, $B''(5|2)$ und $C''(3|4)$ (3)
- f) $A'''(-2,5|3,5)$, $B'''(-5,5|2)$ und $C'''(-4|0,5)$ mit $A_{A''''B''''C''''} = \frac{3}{4}\sqrt{5} \text{ LE}$ (4)

Aufgabe 8: Zentrische Streckung mit Flächenberechnung (16)

- a) Zeichne das Dreieck ABC mit $A(4|-1)$, $B(10|2)$ und $C(7|5)$ in ein Koordinatensystem mit $-8 \leq x \leq 10$ und $-1 \leq y \leq 6$ sowie $1 \text{ LE} = 1 \text{ cm}$. (1)
- b) Berechne seinen Flächeninhalt (3)
- c) Berechne die Länge der Strecke AB. (2)
- d) Spiegle das Dreieck am Punkt $Z(1|2)$ und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. (3)
- e) Strecke das Dreieck am Zentrum $Z(1|2)$ mit dem Streckfaktor $k = \frac{2}{3}$ und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. (3)
- f) Strecke das Dreieck am Zentrum $Z(1|2)$ mit dem Streckfaktor $k = -\frac{1}{2}$ und gib die Koordinaten der Bildpunkte an. Wie groß ist der Flächeninhalt des neuen Dreiecks? (3)

Lösung

- a) Zeichnung (1)
 b) $A_{ABC} = 25,5 \text{ FE}$ (3)
 c) $\overline{AB} = 3\sqrt{5} \text{ LE}$ (2)
 d) $A'(-2|5)$, $B'(-8|2)$ und $C'(-5|-1)$ (3)
 e) $A''(3|1)$, $B''(7|2)$ und $C''(5|4)$ (3)
 f) $A'''(-0,5|3,5)$, $B'''(-3,5|2)$ und $C'''(-2|0,5)$ mit $A_{A''''B''''C''''} = \frac{3}{4}\sqrt{5} \text{ LE}$ (4)

Aufgabe 9: Spiegelung (5)

Spiegle das Dreieck ABC mit $A(3|0)$, $B(7|2)$ und $C(5|3,5)$ an der Achse $g = (PQ)$ mit $P(0|1)$ und $Q(8|5)$ und gib die Koordinaten der Bildpunkte an.

Lösung

$A'(1|4)$, $B'(5|6)$ und $C'(5|3,5)$ (5)

Aufgabe 10: Spiegelung (5)

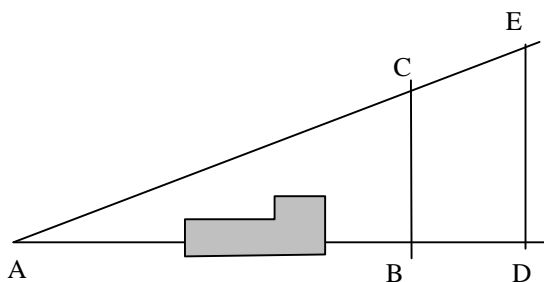
Spiegle das Dreieck ABC mit $A(3|-2)$, $B(7|0)$ und $C(5|1,5)$ an der Achse $g = (PQ)$ mit $P(0|-1)$ und $Q(8|3)$ und gib die Koordinaten der Bildpunkte an.

Lösung

$A'(1|2)$, $B'(5|4)$ und $C'(5|1,5)$ (5)

Aufgabe 11: Entfernungen (6)

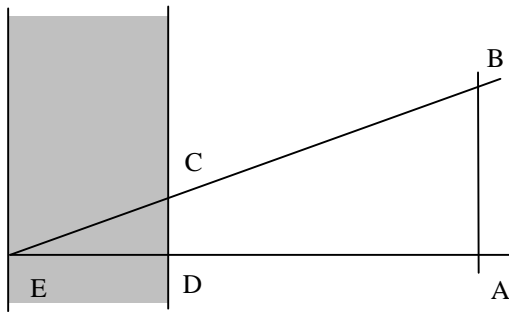
Es soll die Entfernung zwischen den beiden Punkten A und D bestimmt werden. Zwischen ihnen liegt jedoch ein Gebäude. Die folgenden Strecken konnten vermessen werden. $AC = 63 \text{ m}$, $CE = 14 \text{ m}$ und $BD = 10 \text{ m}$. Bestimme AD.

**Lösung**

$$\frac{x}{10\text{m}} = \frac{77\text{m}}{14\text{m}} \Rightarrow x = 55 \text{ m}$$

Aufgabe 12: Entfernungen (6)

Berechne die Breite des Flusses (siehe Skizze), wenn folgende Längen gegeben sind: $\overline{AB} = 160$ m, $\overline{AD} = 60$ m und $\overline{CD} = 40$ m.

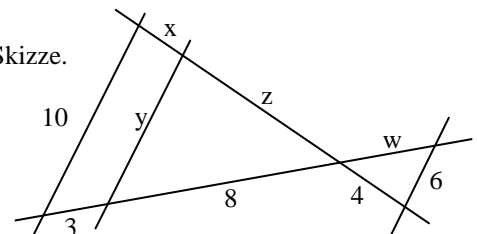


Lösung

$$\frac{x}{40\text{m}} = \frac{x+60\text{m}}{160\text{m}} \Rightarrow x = 20\text{ m}$$

Aufgabe 13: Strahlensätze (4)

Berechne die fehlenden Größen x , y , z und w in der rechts abgebildeten Skizze.



Lösung

$$\frac{6}{10} = \frac{w}{3+8} \Rightarrow w = 11 \cdot \frac{6}{10} = \frac{33}{5} = 6,6 \quad (1)$$

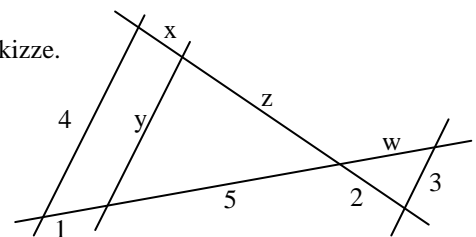
$$\frac{w}{8} = \frac{z}{4} \Rightarrow z = 4 \cdot \frac{w}{8} = \frac{w}{2} = \frac{6,6}{2} = 3,3 \quad (1)$$

$$\frac{8}{w} = \frac{y}{6} \Rightarrow y = 6 \cdot \frac{8}{w} = \frac{42}{w} = \frac{42}{6,6} = 6,3\overline{6} \quad (1)$$

$$\frac{x}{z} = \frac{3}{8} \Rightarrow x = z \cdot \frac{3}{8} = 3,3 \cdot \frac{3}{8} = \frac{9,9}{8} = 1,2375 \quad (1)$$

Aufgabe 14: Strahlensätze (4)

Berechne die fehlenden Größen x , y , z und w in der rechts abgebildeten Skizze.



Lösung

$$\frac{3}{4} = \frac{w}{1+5} \Rightarrow w = 6 \cdot \frac{3}{4} = \frac{18}{4} = 4,5 \quad (1)$$

$$\frac{w}{5} = \frac{z}{2} \Rightarrow z = 2 \cdot \frac{w}{5} = 2 \cdot \frac{4,5}{5} = \frac{9}{5} = 1,8 \quad (1)$$

$$\frac{5}{w} = \frac{y}{3} \Rightarrow y = 3 \cdot \frac{5}{w} = \frac{15}{w} = \frac{15}{1,8} = 8,3\overline{3} \quad (1)$$

$$\frac{x}{z} = \frac{1}{5} \Rightarrow x = z \cdot \frac{1}{5} = \frac{1,8}{5} = 0,36 \quad (1)$$