3.2. Prüfungsaufgaben zur bedingten Wahrscheinlichkeit

Aufgabe 1: Summenregel und bedingte Wahrscheinlichkeit

Eine Statistik hat folgende Ergebnisse zutage gebracht: 52 % der Bevölkerung sind weiblich. 36 % der Frauen und 32 % der Männer geben Rot als Lieblingsfarbe an; 16 % der Frauen und 53 % der Männer bevorzugen Blau und der jeweilige Rest entschied sich für Grün.

a) Zeichne einen Ereignisbaum mit Stufe 1 = Geschlechtswahl und Stufe 2 = Farbwahl
b) Zeichne einen Ereignisbaum mit Stufe 1 = Farbwahl und Stufe 2 = Geschlechtswahl
c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person weiblich ist **und** ihre Lieblingsfarbe Grün ist?
d) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person die Lieblingsfarbe Grün angibt?
e) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person weiblich ist, **wenn** ihre Lieblingsfarbe Grün ist?
f) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person die Lieblingsfarbe Grün hat, **wenn** sie weiblich ist?
g) Untersuche die Farbwahl und das Geschlecht einer Person auf Abhängigkeit

Lösung

a) Ereignisbaum (1)
b) Ereignisbaum (1)
c) $P(w \cap g) = P(w)\cdot P_w(g) = 0{,}52\cdot 0{,}48 = 24{,}96\ \%$ (1)
d) $P(g) = P(w \cap g) + P(m \cap g) = 0{,}2496 + 0{,}48\cdot 0{,}13 = 31{,}2\ \%$ (1)
e) $P_g(w) = \dfrac{P(w \cap g)}{P(g)} = 80\ \%$ (1)
f) $P_w(g) = 48\ \%$ (1)
g) $P(w)\cdot P(g) = 16{,}224\ \% \neq 24{,}96\ \% = P(w \cap g) \Rightarrow$ Geschlecht und Lieblingsfarbe beeinflussen sich (1)

Aufgabe 2: bedingte Wahrscheinlichkeit bei Urnenwahl und einmaligem Ziehen

In drei Urnen befinden sich je zwanzig Kugeln; in der ersten 4 rote und 16 weiße, in der zweiten 10 rote und 10 weiße und in der dritten nur rote. Nun wird eine Urne zufällig ausgewählt und Kugeln mit Zurücklegen gezogen.

a) Es wird eine rote Kugel gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste (zweite, dritte) Urne gewählt wurde?
b) Es werden nacheinander zwei rote Kugeln gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste (zweite, dritte) Urne gewählt wurde?
c) Es werden nacheinander drei rote Kugeln gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste (zweite, dritte) Urne gewählt wurde?
d) Es werden nacheinander drei rote Kugeln und dann eine weiße gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die erste (zweite, dritte) Urne gewählt wurde

Lösung

a) $P_r(U_1) = \dfrac{P(r \cap U_1)}{P(r)} = \dfrac{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = \dfrac{2}{17}$, $P_r(U_2) = \dfrac{5}{17}$ und $P_r(U_3) = \dfrac{10}{17}$ (3)

b) $P_{rr}(U_1) = \dfrac{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}+\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{10}\cdot\frac{5}{10}+\frac{1}{3}\cdot\frac{10}{10}\cdot\frac{10}{10}} = \dfrac{4}{129}$, $P_{rr}(U_2) = \dfrac{25}{129}$ und $P_{rr}(U_3) = \dfrac{100}{129}$ (3)

c) $P_{rrr}(U_1) = \dfrac{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{5}{10}\right)^3+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{10}{10}\right)^3} = \dfrac{8}{1133}$, $P_{rrr}(U_2) = \dfrac{125}{1133}$ und $P_{rrr}(U_3) = \dfrac{1000}{1133}$ (3)

d) $P_{rrrw}(U_1) = \dfrac{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{8}{10}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{2}{10}\cdot\frac{8}{10}+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{5}{10}\right)^4+0} = \dfrac{64}{689}$, $P_{rrrw}(U_2) = \dfrac{625}{689}$ und $P_{rrrw}(U_3) = 0$ (3)

Aufgabe 3: bedingte Wahrscheinlichkeit bei TÜV-Plakette und Alter
Ein Prüfer beim TÜV hat festgestellt, dass 10 % aller vorgeführten Pkw wegen schwerwiegender Mängel fahruntüchtig sind. 60 % dieser Pkws waren älter als sieben Jahre. 20 % der vorgeführten Pkws bekommen die TÜV-Plakette (sind also fahrtüchtig), obwohl sie älter als sieben Jahre sind. Mit welcher Wahrscheinlichkeit bekommt ein Pkw, der älter als sieben Jahre ist, die TÜV-Plakette nicht?

Lösung

$$P_{>7\text{ Jahre}}(\text{kein TÜV}) = \frac{P(>7\text{ Jahre} \cap \text{kein TÜV})}{P(>7\text{ Jahre})} = \frac{0,1\cdot 0,6}{0,2+0,1\cdot 0,6} = \frac{6}{26} \approx 23,08\ \% \qquad (3)$$

Aufgabe 4: bedingte Wahrscheinlichkeit bei Meinungsumfrage und Alter
Eine Fernsehanstalt möchte die neue amerikanische Serie „Boston" übernehmen. Sie befragt daher im Anschluss an eine Pilotsendung Zuschauer: Von den Zuschauern, die diese Sendung gesehen hatten, waren 55 % älter als 30 Jahre. 30 % von diesen und 60 % der übrigen fanden die Sendung gut.

a) Berechne den Anteil der Zuschauer, die eine positive Meinung von der Sendung hatten.
b) Ein Zuschauer von „Boston", der sich positiv darüber geäußert hat, wird zufällig ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er älter als 30 Jahre?

Lösung

a) $P(\text{positiv}) = 0,3\cdot 0,55 + 0,6\cdot 0,45 = 43,5\ \%$ (1)

b) $P_{\text{positiv}}(> 30\text{ Jahre}) = \dfrac{0,3\cdot 0,55}{0,435}$ (1)

Aufgabe 5: bedingte Wahrscheinlichkeit bei Trefferwahrscheinlichkeit bei zwei Schützen
Fritz und Franz sind auf dem Schießstand. Sie schießen abwechselnd. Fritz ist der bessere Schütze mit einer Trefferquote von 80 % (Franz: 50 %). Es fällt ein Schuss: Daneben! Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat Franz geschossen?

Lösung

$$P_{\text{daneben}}(\text{Franz}) = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{10}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{10}+\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{10}} = \frac{5}{7} \approx 71\ \% \qquad (2)$$

Aufgabe 6: bedingte Wahrscheinlichkeit beim zweimaligen Ziehen ohne Zurücklegen mit Reihenfolge
Eine Urne enthält 1 rote, 4 schwarze und 5 weiße Kugeln. Nachdem aus der Urne eine Kugel verdeckt gezogen und beiseite gelegt wurde, wird eine schwarze Kugel gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die erste gezogene Kugel ebenfalls schwarz?

Lösung

$$P_{2s}(1s) = \frac{P(1s \cap 2s)}{P(2s)} = \frac{\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}}{\frac{1}{10}\cdot\frac{4}{9}+\frac{4}{10}\cdot\frac{3}{9}+\frac{5}{10}\cdot\frac{4}{9}} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \qquad (2)$$

Aufgabe 7: Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Vierfeldertafel
Dem statistischen Jahrbuch einer Stadt ist folgende Tabelle entnommen:

	70 Jahre oder älter	unter 70 Jahre alt	Summe
Männer	5 000		60 000
Frauen			
Summe	11 000		130 000

a) Berechne die fehlenden Angaben!
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Person ein Mann?
c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Person unter 70 Jahre alt?
d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Person, die 70 Jahre oder älter ist, eine Frau?
e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine zufällig ausgewählte Person, die ein Mann ist, unter 70 Jahre alt?

Lösung

a)

	70 Jahre oder älter	unter 70 Jahre alt	Summe
Männer	5 000	**55 000**	60 000
Frauen	**6 000**	**64 000**	**70 000**
Summe	11 000	**119 000**	130 000

b) $P(M) = \frac{60000}{130000} = \frac{6}{13} \approx 0{,}46$

c) $P(< 70) = \frac{119}{130} \approx 0{,}92$

d) $P_{\geq 70}(F) = \frac{6000}{11000} \approx 0{,}55$

e) $P_M(< 70) = = \frac{55000}{60000} = \frac{11}{12} \approx 0{,}92$

Aufgabe 8: bedingte Wahrscheinlichkeit bei Test und Krankheit

Von den 3 000 000 Einwohnern einer Großstadt leiden 900 an Phrenesie, ohne es zu wissen. Ein neues Untersuchungsverfahren zur Früherkennung dieser Krankheit hat noch folgende Fehlerquellen: 4 % aller Personen, die erkrankt sind (ohne es zu wissen), werden nicht als krank erkannt. 2 % aller untersuchten Personen, die nicht erkrankt sind, werden als krank eingestuft.

a) Zeichne ein Baumdiagramm und eine Vierfeldertafel!

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Untersuchung
   - eine als krank eingestufte Person die Krankheit nicht hat
   - eine als gesund eingestufte Person die Krankheit doch hat?

Lösung

a)

	krank	gesund	Summe
Test positiv	864	59 982	60 846
Test negativ	36	2 939 118	2 939 154
Summe	900	2 999 100	3 000 000

b) $P_{positiv}(gesund) = \frac{59982}{60846} \approx 98{,}58\ \%$ und $P_{negativ}(krank) = \frac{36}{2939154} \approx 0{,}012\ \%$

Aufgabe 9: bedingte Wahrscheinlichkeit beim zweimaligen Ziehen ohne Zurücklegen

Eine Urne enthält 3 schwarze und 7 weiße Kugeln. Ohne Zurücklegen werden zwei Kugeln nacheinander gezogen.

a) Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Kugeln schwarz sind.

b) Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die zweite Kugel schwarz ist, wenn bekannt ist, dass die erste auch schwarz war.

Lösung

a) $P(1s \cap 2s) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} = \frac{1}{15}$ (1)

b) $P_{1s}(2s) = \frac{P(1s \cap 2s)}{P(1s)} = \frac{\frac{1}{15}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{9}$ (1)

Aufgabe 10: bedingte Wahrscheinlichkeit beim zweimaligen Ziehen ohne Zurücklegen

In einer Urne befinden sich 12 Kugeln: 2 weiße, 4 rote, 1 gelbe und 5 blaue. Es werden nacheinander zwei Kugeln gezogen und nicht wieder zurückgelegt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die zweite Kugel rot ist, wenn die erste Kugel nicht blau war?

Lösung

$$P_{1\bar{b}}(2r) = \frac{P(1\bar{b} \cap 2r)}{P(1\bar{b})} = \frac{\frac{2}{12}\cdot\frac{4}{11}+\frac{4}{12}\cdot\frac{3}{11}+\frac{1}{12}\cdot\frac{4}{11}}{\frac{7}{12}} = \frac{24}{77} \qquad (2)$$

Aufgabe 11: bedingte Wahrscheinlichkeit beim zweimaligen Ziehen ohne Zurücklegen
Aus einem Skatspiel werden nacheinander 2 Karten gezogen.
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die zweite Karte ein Bube?
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die zweite Karte ein Bube, wenn die erste Karte ein As war?

Lösung

a) $P(2b) = \frac{28}{32}\cdot\frac{4}{31} + \frac{4}{32}\cdot\frac{3}{31} = \frac{1}{8}$ (1)

b) $P_{1As}(2b) = \frac{P(1As \cap 2b)}{P(1As)} = \frac{\frac{4}{32}\cdot\frac{4}{31}}{\frac{4}{32}} = \frac{4}{31}$ (1)

Aufgabe 12: bedingte Wahrscheinlichkeit bei Test und Krankheit
Von einer Krankheit weiß man, dass etwa 3 von 10000 Personen sie haben, ohne es zu wissen. Ein neues Untersuchungsverfahren zur Früherkennung dieser Krankheit hat noch folgende Fehlerquellen: 4`% aller Personen, die erkrankt sind (ohne es zu wissen), werden nicht als krank erkannt. 2 % aller untersuchten Personen, die nicht erkrankt sind, werden als krank eingestuft.
a) Zeichne ein Baumdiagramm und eine Vierfeldertafel.
b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer Untersuchung
eine als krank eingestufte Person die Krankheit nicht hat,
eine als gesund eingestufte Person die Krankheit hat?

Lösung

a) $P_{positiv}(krank) = \frac{P(positiv \cap krank)}{P(positiv)} = \frac{\frac{9997}{10000}\cdot\frac{2}{100}}{\frac{3}{10000}\cdot\frac{96}{100}+\frac{9997}{10000}\cdot\frac{2}{100}} \approx 98{,}58\ \%$ (2)

b) $P_{negativ}(krank) = \frac{P(negativ \cap krank)}{P(negativ)} = \frac{\frac{3}{10000}\cdot\frac{4}{100}}{\frac{3}{10000}\cdot\frac{4}{100}+\frac{9997}{10000}\cdot\frac{98}{100}} \approx 0{,}00125\ \%$ (2)

Aufgabe 13: bedingte Wahrscheinlichkeit bei Test und Krankheit
Das Untersuchungsverfahren zur Diagnose einer bestimmten Krankheit hat noch folgende Fehlerquellen: 1 % der kranken Personen werden als gesund eingestuft, 2 % der gesunden Personen werden als krank eingestuft. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Person an dieser Krankheit leidet, sei p.
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine Person krank, wenn sie als gesund eingestuft wurde?
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt das Untersuchungsverfahren die Krankheit richtig an?
c) Wie groß ist p, wenn die Wahrscheinlichkeit 0,0007 ist, dass eine vom Diagnoseverfahren als gesund eingestufte Person krank ist?

Lösung

a) $P_{negativ}(krank) = \frac{P(negativ \cap krank)}{P(negativ)} = \frac{p\cdot\frac{1}{100}}{(1-p)\cdot\frac{98}{100}+p\cdot\frac{1}{100}} = \frac{p}{98-97p}$ (3)

b) $P(positiv \cap krank) + P(negativ \cap nicht\ krank) = p\cdot\frac{99}{100} + (1-p)\cdot\frac{98}{100} = \frac{p+98}{100}$ (2)

c) $0{,}0007 = \frac{p}{98-97p} \Leftrightarrow p \approx 6{,}4\ \%$ (1)

Aufgabe 14: bedingte und totale Wahrscheinlichkeit bei Test und Krankheit
Aufgrund von statistischen Erhebungen weiß man über eine bestimmte Krankheit folgendes: Die Krankheit tritt mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{150}$ in der Bevölkerung auf. Der Test zur Diagnose dieser Krankheit zeigt mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,97 die Krankheit an, wenn man tatsächlich krank ist. Ist man nicht krank, so zeigt dies der Test mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,95 an.
a) Fertige eine Vierfeldertafel an.
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist jemand tatsächlich krank, bei dem der Test die Krankheit anzeigt?

Lösung
a)

	Test positiv	Test negativ	gesamt
Person krank	$\frac{97}{100}\cdot\frac{1}{150} \approx 0{,}65\ \%$	$\frac{3}{100}\cdot\frac{1}{150} = 0{,}02\ \%$	$\frac{1}{150} \approx 0{,}67\ \%$
Person gesund	$\frac{5}{100}\cdot\frac{149}{150} \approx 4{,}97\ \%$	$\frac{95}{100}\cdot\frac{149}{150} \approx 94{,}37\ \%$	$\frac{149}{150} \approx 99{,}33\ \%$
gesamt	5,61 %	94,39 %	100 %

b) $P_{\text{positiv}}(\text{krank}) = \dfrac{\frac{97}{100}\cdot\frac{1}{150}}{\frac{97}{100}\cdot\frac{1}{150}+\frac{5}{100}\cdot\frac{149}{150}} \approx 11{,}52\ \%$ (2)

Aufgabe 15: bedingte und totale Wahrscheinlichkeit bei Geschlecht und Krankheit
51 % einer bestimmten Population sind Frauen. An einer bestimmten Krankheit leiden 2 % der Frauen und 7 % der Männer.
a) Eine Person wurde zufällig ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sie diese Krankheit?
b) Eine zufällig ausgewählte Person leidet an dieser Krankheit. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist es eine Frau?

Lösung
a)

	krank	gesund	gesamt
männlich	0,49·0,07	0,49·0,93	0,49
weiblich	0,51·0,02	0,51·0,98	0,51
gesamt	0,0445	0,955	100 %

$\Rightarrow$ P(krank) = 4,45 % (2)

b) $P_{\text{krank}}(\text{weiblich}) = \dfrac{P(\text{krank} \cap \text{weiblich})}{P(\text{krank})} = \dfrac{0{,}51\cdot 0{,}02}{0{,}0445} \approx 22{,}92\ \%$ (2)

Aufgabe 16: bedingte und bei Rauchverhalten und Lungenkrebs
Für eine bestimmte Population gilt: 40 % aller Menschen aus dieser Population sind Raucher. 0,2 % der Population ist an Lungenkrebs erkrankt. 90 % aller an Lungenkrebs erkrankten Menschen sind Raucher. Berechne und vergleiche die Krebsrisiken (= -Wahrscheinlichkeiten) für Raucher und Nichtraucher.

Lösung

	krank	gesund	gesamt
Raucher	0,9·0,02 = 0,018	0,4 − 0,9·0,02 = 0,382	0,4
Nichtraucher	0,1·0,02 = 0,002	0,6 − 0,1·0,02 = 0,598	0,6
gesamt	0,02	0,98	1

$P_{\text{Nichtraucher}}(\text{krank}) = \dfrac{P(\text{Nichtraucher} \cap \text{krank})}{P(\text{Nichtraucher})} = \dfrac{0{,}002}{0{,}6} \approx 0{,}03\ \%$ (2)

$P_{\text{Raucher}}(\text{krank}) = \dfrac{P(\text{Raucher} \cap \text{krank})}{P(\text{Raucher})} = \dfrac{0{,}018}{0{,}4} \approx 0{,}45\ \%$ (2)

$P_{\text{Raucher}}(\text{krank}) \approx 15\cdot P_{\text{Nichtraucher}}(\text{krank}) \Rightarrow$ Raucher haben ein 15-facher erhöhtes Krebsrisiko. (1)

Aufgabe 17: bedingte Wahrscheinlichkeit bei Geburten
Frau Müller hat zwei Kinder und die Wahrscheinlichkeit einer Jungengeburt ist 0,5.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es zwei Jungen sind?
b) Ein Kind ist ein Junge. Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder Jungen sind?
c) Der Junge ist das ältere der beiden Kinder. Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass beide Kinder Jungen sind?

Lösung

a) $P(1J, 2J) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

b) $p = \frac{P(1J, 2J)}{P(1J, 2J) + P(1J, 2M) + P(1M, 2J)} = \frac{1}{3}$

c) $p = \frac{P(1J, 2J)}{P(1J, 2J) + P(1J, 2M)} = \frac{1}{2}$

Aufgabe 12: bedingte Wahrscheinlichkeit bei Wählerbefragung
Bei einer Meinungsumfrage wurden die Wähler eines bestimmten Wahllokals nach der Stimmabgabe befragt, ob sie für die R-Partei gestimmt hätten. Dabei gaben 3 % an, sie gewählt zu haben, 97 % nannten andere Parteien. Nach Auszählung der Stimmen ergab sich in diesem Wahllokal ein Stimmenanteil von 8 % für die R-Partei. Wir gehen davon aus, dass die Wähler, die sich nach der Wahl zur R-Partei bekannten, diese auch wirklich gewählt haben.

a) Wie viel Prozent der Befragten haben gelogen?
b) Wie viel Prozent der Wähler der R-Partei haben gelogen?

Lösung

a) Insgesamt haben mindestens 8 % − 3 % = 5 % gelogen.
b) 5 von 8 Wählern der R-Partei = 62,5 % haben gelogen.

Aufgabe 13: bedingte Wahrscheinlichkeit bei Qualitätskontrolle
Die Spülmaschine in einer Getränkefirma spült nur 98 % der Flaschen sauber. Daher werden die Flaschen nach dem Spülen kontrolliert. Die Kontrollmaschine zeigt jedoch nur 90 % der sauberen Flaschen als sauber an. 5 % der noch verschmutzten Flaschen werden als sauber eingestuft.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine Flasche die sauber ist, als verschmutzt eingestuft?
b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine Flasche als sauber eingestuft?
c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist eine Flasche, die als sauber eingestuft worden ist, tatsächlich sauber?

Lösung

a) $P_{\text{sauber}}(\text{aussortiert}) = 10\ \%$ (1)
b) P(sauber) = 0,02·0,05 + 0,99·0,9 = 88,3 % (2)
c) $P_{\text{nicht aussortiert}}(\text{sauber}) = \frac{P(\text{nicht aussortiert} \cap \text{sauber})}{P(\text{nicht aussortiert})} = \frac{0{,}98 \cdot 0{,}9}{0{,}02 \cdot 0{,}05 + 0{,}98 \cdot 0{,}9} \approx 99{,}89\ \%$ (2)

Aufgabe 14: bedingte Wahrscheinlichkeit bei Ausschuss auf zwei Maschinen
Ein Ersatzteil wird auf zwei Maschinen gefertigt: Maschine I liefert pro Tag 2000, Maschine II 5000 Stück. Bei Maschine I gibt es erfahrungsgemäß 3,5 %, bei Maschine II 1,5 % Ausschuss. Mit welcher Wahrscheinlichkeit stammt ein defektes Teil von Maschine I?

Lösung

$$P_{\text{defekt}}(\text{Maschine I}) = \frac{P(\text{defekt} \cap \text{Maschine I})}{P(\text{defekt})} = \frac{\frac{2}{7} \cdot 0{,}035}{\frac{2}{7} \cdot 0{,}035 + \frac{5}{7} \cdot 0{,}015} \approx 48{,}3\ \% \qquad (2)$$

Aufgabe 15: Fünfmal Ziehen mit Zurücklegen bei Qualitätskontrolle
Ein Haushaltwarengeschäft prüft eine Sendung von 500 Tellern nach folgendem Verfahren: 5 Teller werden der Sendung zufällig entnommen und geprüft; die Lieferung wird abgelehnt, wenn mindestens einer dieser 5 Teller nicht einwandfrei ist. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird eine Sendung akzeptiert, wenn 80 % der Teller fehlerfrei sind?

Lösung
5 mal Ziehen ohne Zurücklegen aus 100 defekten und 400 einwandfreien Tellern:

$$\Rightarrow \text{P(5 mal einwandfrei)} = \frac{400 \cdot 399 \cdot 398 \cdot 397 \cdot 396}{500 \cdot 499 \cdot 498 \cdot 497 \cdot 496} \approx 32{,}6\ \% \qquad (4)$$