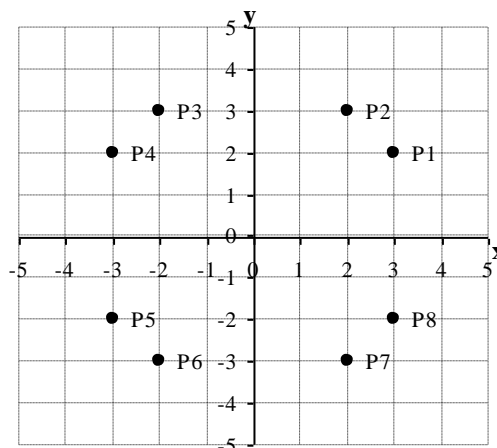


4.1. Aufgaben zu linearen Funktionen

Aufgabe 1: Koordinatensystem

- Gib die Koordinaten der Punkte $P_1 - P_8$ in dem rechts abgebildeten Koordinatensystem an.
- Markiere die Punkte $A(4 | 1)$; $B(1 | 4)$; $C(-1 | 4)$; $D(-4 | 1)$; $E(-4 | -1)$; $F(-1 | -4)$ $G(1 | -4)$ und $H(4 | -1)$ in das gleiche Koordinatensystem.
- Welche Koordinaten haben die Ecken $E_1 - E_4$ des abgebildeten Quadrats?
- Gegeben ist der Punkt $P(x | y)$. Welche Koordinaten haben die Punkte P' , P'' , P''' und P'''' , die durch Spiegelung von P an der x -Achse, der y -Achse, dem Koordinatenursprung und an der 1. Winkelhalbierenden entstehen?



Aufgabe 2: Preisfunktion

Ein Taxiunternehmen verlangt als Grundpreis 4,20 € und für jede gefahrene Minute weitere 2,40 €.

- Berechne die Fahrpreise y für eine Fahrt von 1; 2; 3; 10; 20; 100; und x Minuten Dauer
- Zeichne ein Koordinatensystem nach folgenden Angaben:
 x -Achse: Fahrzeit x in Minuten mit $0 \leq x \leq 10$ und Maßstab 1 Min = 1 cm.
 y -Achse: Fahrtkosten y in € mit Maßstab 1 € = 0,5 cm
 Wie lang muss die y -Achse mindestens sein, damit alle Fahrtkosten eingetragen werden können?
- Trage den Fahrpreis y in Abhängigkeit von der Fahrzeit x in das Koordinatensystem ein.
- Markiere den Grundpreis 4,20 € und den Minutenpreis 2,40 € im Graphen aus c)

Aufgabe 3: Graphen linearer Funktionen

Zeichne die Schaubilder der folgenden Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem mit $-5 \leq x \leq 5$

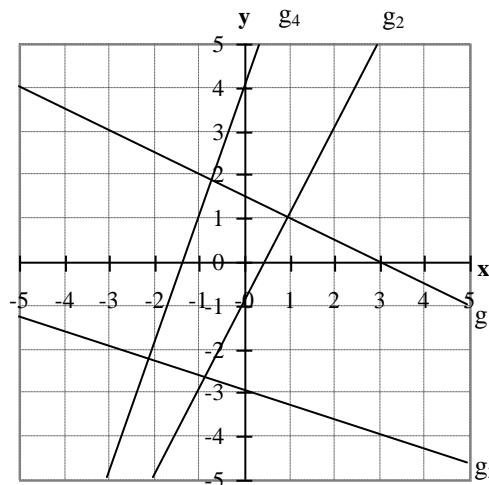
- | | | |
|--------------------------------|-----------------------|---------------------------------|
| a) $f_1(x) = \frac{1}{2}x - 1$ | d) $f_4(x) = x + 1$ | g) $f_7(x) = -x + 1$ |
| b) $f_2(x) = \frac{1}{2}x$ | e) $f_5(x) = 2x + 1$ | h) $f_8(x) = -\frac{1}{2}x + 1$ |
| c) $f_3(x) = \frac{1}{2}x + 1$ | f) $f_6(x) = -2x + 1$ | i) $f_9(x) = 1$ |

Aufgabe 4: Graphen linearer Funktionen

- Bestimme die Funktionsgleichungen von g_1 , g_2 , g_3 und g_4 mit Hilfe der nebenstehenden Schaubilder:
- Zeichne die Graphen der folgenden Funktionen in das nebenstehende Koordinatensystem:

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x - 4 \quad f_3(x) = -2$$

$$f_2(x) = -\frac{3}{5}x - 3 \quad f_4(x) = -\frac{4}{3}x + 4$$



Aufgabe 5: Parallelen zu den Koordinatenachsen

- Wie lautet die Gleichung der Parallelen zur x -Achse, die durch $P(0|2)$ geht?
- Warum lässt sich die Parallele zur y -Achse durch den Punkt $Q(2|0)$ nicht als Funktion darstellen?

Aufgabe 6: Parallele und orthogonale Geraden

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \frac{2}{3}x - 1$. Bestimme die Funktionsgleichungen von jeweils **vier** Geraden, die

- parallel zum Schaubild von f verlaufen
- orthogonal zum Schaubild von f verlaufen
- die y -Achse im gleichen Punkt schneiden wie das Schaubild von f .

Aufgabe 7: Bestimmung einer Geradengleichung aus gegebenem Punkt und Steigung

Bestimme die Funktionsgleichung der linearen Funktion, deren Schaubild durch die Steigung a und den Punkt P festgelegt ist.

- a) $P(2|1)$ mit $a = \frac{1}{2}$ c) $P(-1|2)$ mit $a = -2$ e) $P(1|2)$ mit $a = -\frac{3}{7}$ g) $P(3|4)$ mit $a = -\frac{1}{3}$
 b) $P(2|0)$ mit $a = -\frac{3}{4}$ d) $P(2|-3)$ mit $a = \frac{1}{4}$ f) $P(-5|3)$ mit $a = \frac{5}{3}$ h) $P(-4|-5)$ mit $a = 3$

Aufgabe 8: Bestimmung einer Geradengleichung aus zwei gegebenen Punkten

Bestimme die Funktionsgleichung der linearen Funktion, deren Schaubild durch die Punkte P und Q verläuft.

- a) $P(-2|1)$ und $Q(4|4)$ c) $P(3|1)$ und $Q(0|-2)$ e) $P(-3|2)$ und $Q(3|-1)$
 b) $P(-1|1)$ und $Q(2|0)$ d) $P(-1|2)$ und $Q(3|0)$ f) $P(-5|2)$ und $Q(4|-2)$

Aufgabe 9: Achsenschnittpunkte

Bestimme die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen für die folgenden Funktionen

- a) $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$ c) $f(x) = x - 2$ e) $f(x) = -10x$ g) $f(x) = -\frac{1}{4}x - \frac{1}{3}$
 b) $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ d) $f(x) = -x + 3$ f) $f(x) = 3$ h) $f(x) = \frac{2}{7}x - 2$

Aufgabe 10: Bestimmung der Funktionsgleichung und der Achsenschnittpunkte

Bestimme die Funktionsgleichung sowie die Achsenschnittpunkte der Geraden g durch

- a) $A(-2|3)$ und $B(4|5)$. c) $A(-5|3)$ und $B(4|-5)$ e) $A(-4|6)$ und $B(5|4)$
 b) $A(3|-2)$ und $B(5|7)$ d) $A(-5|-2)$ und $B(-1|-5)$ f) $A(-2|6)$ und $B(1|-4)$

Aufgabe 11: Achsenschnittpunkte und gemeinsame Punkte zweier Geraden

Gib die Koordinaten aller Achsenschnittpunkte und gemeinsamen Punkte der beiden Geraden f und g an.

- a) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$ und $g(x) = 2x - 3$. c) $f(x) = 5x - 3$ und $g(x) = -3x - 1$.
 b) $f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ und $g(x) = -4x - 1$. d) $f(x) = \frac{2}{7}x + 2$ und $g(x) = \frac{2}{3}x + 4$.

Aufgabe 12: Gemeinsame Punkte

Bestimme die Eckpunkte des Dreieckes, das durch die Geraden f , g und h gebildet wird.

- a) $f(x) = 3x + 5$, $g(x) = 2x - 4$, $h(x) = -\frac{2}{3}x + 4$ b) $f(x) = \frac{3}{4}x - \frac{3}{2}$, $g(x) = -2x$, $h(x) = \frac{1}{4}x - \frac{7}{2}$

Aufgabe 13: Geradenscharen

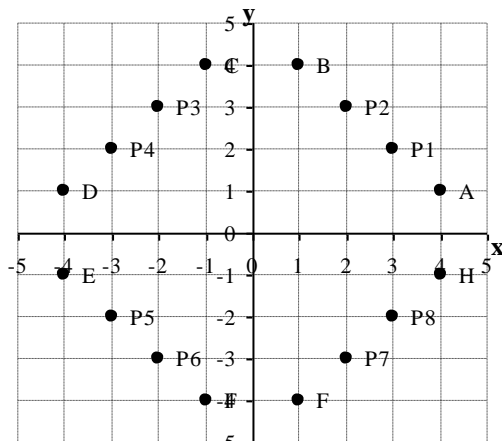
Untersuche die folgenden Geradenscharen auf Achsenschnittpunkte in Abhängigkeit von t und gemeinsame Punkte. **Hinweis:** Die Koordinaten eines gemeinsamen Punktes aller Geraden müssen unabhängig vom Parameter t sein! Zeichne die Schaubilder für $t = 0, \pm 0,5, \pm 1, \pm 2$ und ± 3 in ein gemeinsames Koordinatensystem.

- a) $f_t(x) = tx$ mit $t \in \mathbb{R}$ c) $f_t(x) = tx + 3 - t$ mit $t \in \mathbb{R}$
 b) $f_t(x) = -tx + t$ mit $t \in \mathbb{R}$ d) $f_t(x) = \frac{1}{2t}x + \frac{1}{t}$ mit $t \in \mathbb{R}^*$

4.1. Lösungen zu den Aufgaben zu linearen Funktionen

Aufgabe 1: Koordinatensystem

- a) $P_1(3 | 2)$; $P_2(2 | 3)$; $P_3(-2 | 3)$; $P_4(-3 | 2)$; $P_5(-3 | -2)$;
 $P_6(-2 | -3)$; $P_7(2 | -3)$; $P_8(3 | -2)$
- b) siehe rechts
- c) $E_1(5 | 0)$; $E_2(0 | 5)$; $E_3(-5 | 0)$; $E_4(0 | -5)$
- d) Spiegelung an x-Achse: $P'(x | -y)$; Spiegelung an y-Achse: $P''(-x | y)$; Spiegelung am Ursprung: $P'''(-x | -y)$; Spiegelung an der 1. Winkelhalbierenden: $P''''(y | x)$

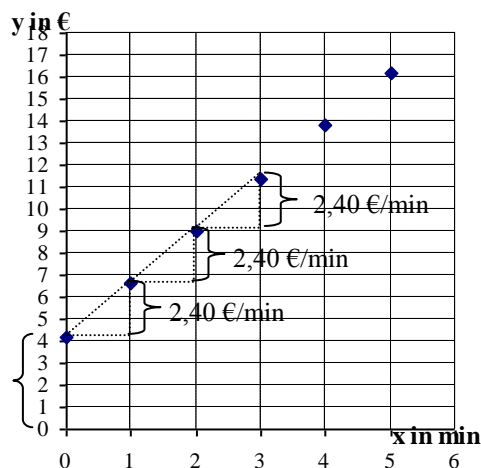


Aufgabe 2: Preisfunktion

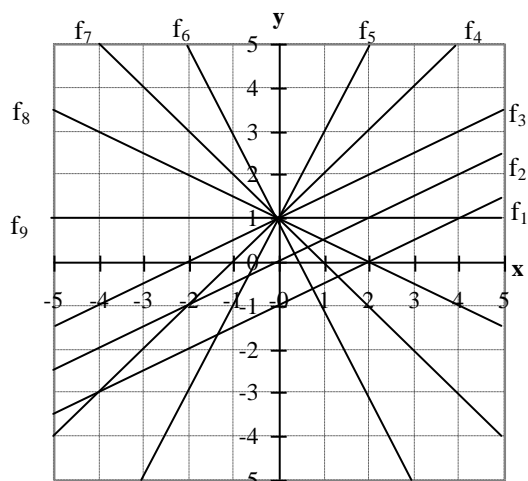
- a) Wertetabelle

x in min	y in €
0	4,20
1	6,60
2	9,00
3	11,40
10	28,20
20	52,20
100	244,20
x	$2,4 \cdot x + 4,2$

- b) – d) siehe rechts



Aufgabe 3: Graphen linearer Funktionen

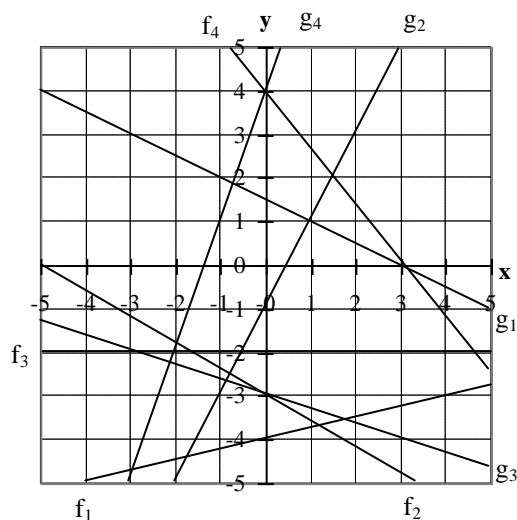


Aufgabe 4: Graphen linearer Funktionen

Graphen siehe rechts

$$g_1(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}, \quad g_2(x) = 2x - 1,$$

$$g_3(x) = -\frac{1}{3}x - 3; \quad g_4(x) = 3x + 4$$



Aufgabe 5: Parallelen zu den Koordinatenachsen

- a) $g(x) = 2$
- b) Da eine Funktionsgleichung jedem x nur ein y zuordnet, kann eine Funktion nicht Punkte enthalten, die übereinander liegen. Solche Punkte hätten für einen gemeinsamen x-Wert mehrere verschiedene y-Werte.

Aufgabe 6: Parallele und orthogonale Geraden

- a) $g_t(x) = \frac{2}{3}x + t$ mit z.B. $t = 1; 2; 3$ oder 4
- b) $h_t(x) = -\frac{3}{2}x + t$ mit z.B. $t = 1; 2; 3$ oder 4
- c) $i_t(x) = tx - 1$ mit z.B. $t = 1; 2; 3$ oder 4

Aufgabe 7: Bestimmung einer Geradengleichung aus gegebenem Punkt und Steigung

- a) $f(x) = \frac{1}{2}x$
- b) $f(x) = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$
- c) $f(x) = -2x$
- d) $f(x) = \frac{1}{4}x - \frac{7}{2}$
- e) $f_a(x) = -\frac{3}{7}x + \frac{17}{7}$
- f) $f_t(x) = \frac{5}{3}x + \frac{34}{3}$
- g) $f(x) = -\frac{1}{3}x + 5$
- h) $f(x) = 3x + 7$

Aufgabe 8: Bestimmung einer Geradengleichung aus zwei gegebenen Punkten

- a) $f(x) = \frac{1}{2}x + 2$
- b) $f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$
- c) $f(x) = x - 2$
- d) $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$
- e) $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$
- f) $f_t(x) = -\frac{4}{9}x - \frac{2}{9}$

Aufgabe 9: Achsenschnittpunkte

- a) $S_x(-4|0), S_y(0|2)$
- b) $S_x(2|0)$ und $S_y(0|\frac{2}{3})$
- c) $S_x(2|0), S_y(0|-2)$
- d) $S_x(3|0), S_y(0|3)$
- e) $S(0|0)$
- f) $S_y(0|3)$
- g) $S_x(t|0), S_y(0|\frac{1}{t})$
- h) $S_x(\frac{2}{t}|0), S_y(0|-2)$

Aufgabe 10: Bestimmung der Funktionsgleichung und der Achsenschnittpunkte

Teil a)

Punkte A und B in die Gleichung $y = ax + b$ einsetzen und LGS lösen

$$\begin{array}{l}
 A(-2 | 3): \\
 B(4 | 5):
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 3 = a \cdot (-2) + b \\
 5 = a \cdot 4 + b \\
 3 = -2a + b \\
 11 = 3b \\
 2 = 6a \\
 11 = 3b \\
 \frac{1}{3} = a \\
 \frac{11}{3} = b
 \end{array} \right|
 \begin{array}{l}
 \cdot 2 \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array} \right\} \\
 \cdot (-3) \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array} \right\} \\
 :6 \\
 :3
 \end{array}$$

\Rightarrow Funktionsgleichung $y = \frac{1}{3}x + \frac{11}{3}$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $x = 0$ einsetzen:

$y = \frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{11}{3} = \frac{11}{3} \Rightarrow S_y(0 | \frac{11}{3})$

Schnittpunkt mit der x-Achse: $y = 0$ setzen und nach x auflösen:

$0 = \frac{1}{3}x + \frac{11}{3} \Rightarrow x = -11 \Rightarrow S_x(-11 | 0)$

Teil b)Punkte A und B in die Gleichung $y = ax + b$ einsetzen und LGS lösen:

$$\begin{array}{l}
 A(3 \mid -2): \\
 B(5 \mid 7):
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 -2 = a \cdot 3 + b \\
 7 = a \cdot 5 + b \\
 -2 = 3a + b \\
 31 = -2b \\
 27 = 6a \quad :6 \\
 31 = -2b \\
 \frac{9}{2} = a \\
 -\frac{31}{2} = b
 \end{array} \right.
 \begin{array}{l}
 \cdot(-5) \quad \left. \begin{array}{l} \downarrow \\ + \end{array} \right. \\
 \cdot 3 \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ + \end{array} \right. \\
 \cdot 2 \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ + \end{array} \right. \\
 \\
 :(-2) \\
 \\
 \\
 \\
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{Funktionsgleichung } y = \frac{9}{2}x - \frac{31}{2}$$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $x = 0$ einsetzen:

$$y = \frac{9}{2} \cdot 0 - \frac{31}{2} = -\frac{31}{2} \Rightarrow S_y(0 \mid -\frac{31}{2})$$

Schnittpunkt mit der x-Achse: $y = 0$ setzen und nach x auflösen:

$$0 = \frac{9}{2}x - \frac{31}{2} \Rightarrow x = \frac{31}{9} \Rightarrow S_x(\frac{31}{9} \mid 0)$$

Teil c)Punkte A und B in die Gleichung $y = ax + b$ einsetzen und LGS lösen:

$$\begin{array}{l}
 A(-5 \mid 3): \\
 B(4 \mid -5):
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 3 = a \cdot (-5) + b \\
 -5 = a \cdot 4 + b \\
 3 = -5a + b \\
 -13 = 9b \\
 -40 = 45a \\
 -13 = 9b \\
 -\frac{8}{9} = a \\
 -\frac{13}{9} = b
 \end{array} \right.
 \begin{array}{l}
 \cdot 4 \quad \left. \begin{array}{l} \downarrow \\ + \end{array} \right. \\
 \cdot 5 \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ + \end{array} \right. \\
 \cdot(-9) \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ + \end{array} \right. \\
 \\
 :45 \\
 :9 \\
 \\
 \\
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{Funktionsgleichung } y = -\frac{10}{9}x - \frac{13}{9}$$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $x = 0$ einsetzen:

$$y = -\frac{10}{9} \cdot 0 - \frac{13}{9} = -\frac{13}{9} \Rightarrow S_y(0 \mid -\frac{13}{9})$$

Schnittpunkt mit der x-Achse: $y = 0$ setzen und nach x auflösen:

$$0 = -\frac{10}{9}x - \frac{13}{9} \Rightarrow x = -\frac{13}{10} \Rightarrow S_x(-\frac{13}{10} \mid 0)$$

Teil d)Punkte A und B in die Gleichung $y = ax + b$ einsetzen und LGS lösen:

$$\begin{array}{l}
 A(-5 \mid -2): \\
 B(-1 \mid -5):
 \end{array}
 \left| \begin{array}{l}
 -2 = a \cdot (-5) + b \\
 -5 = a \cdot (-1) + b \\
 -2 = -5a + b \\
 23 = -4b \\
 15 = -20a \\
 23 = -4b \\
 -\frac{3}{4} = a \\
 -\frac{23}{4} = b
 \end{array} \right.
 \begin{array}{l}
 \cdot(-5) \quad \left. \begin{array}{l} \downarrow \\ + \end{array} \right. \\
 \cdot(-5) \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ + \end{array} \right. \\
 \cdot 4 \quad \left. \begin{array}{l} \leftarrow \\ + \end{array} \right. \\
 \\
 :(-20) \\
 :(-4) \\
 \\
 \\
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{Funktionsgleichung } y = -\frac{3}{4}x - \frac{23}{4}$$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $x = 0$ einsetzen:

$$y = -\frac{3}{4} \cdot 0 - \frac{23}{4} = -\frac{23}{4} \Rightarrow S_y(0 \mid -\frac{23}{4})$$

Schnittpunkt mit der x-Achse: $y = 0$ setzen und nach x auflösen:

$$0 = -\frac{3}{4}x - \frac{23}{4} \Rightarrow x = -\frac{23}{3} \Rightarrow S_x(-\frac{23}{3} | 0)$$

Teil e)

Punkte A und B in die Gleichung $y = ax + b$ einsetzen und LGS lösen:

$$\begin{array}{l} A(-4 | 6): \\ B(5 | 4): \end{array} \begin{array}{l} 6 = a \cdot (-4) + b \\ 4 = a \cdot 5 + b \end{array} \begin{array}{l} \cdot 5 \\ \cdot 4 \end{array} \left| \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array} \right. \\ \begin{array}{l} 6 = -4a + b \\ 46 = 9b \\ -8 = 36a \\ 46 = 9b \\ -\frac{2}{9} = a \\ \frac{46}{9} = b \end{array} \begin{array}{l} \cdot (-9) \\ :36 \\ :9 \end{array} \left| \begin{array}{l} \leftarrow + \\ \leftarrow + \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \text{Funktionsgleichung } y = -\frac{2}{9}x + \frac{46}{9}$$

Schnittpunkt mit der y-Achse: $x = 0$ einsetzen:

$$y = -\frac{2}{9} \cdot 0 + \frac{46}{9} = \frac{46}{9} \Rightarrow S_y(0 | \frac{46}{9})$$

Schnittpunkt mit der x-Achse: $y = 0$ setzen und nach x auflösen:

$$0 = -\frac{2}{9}x + \frac{46}{9} \Rightarrow x = 23 \Rightarrow S_x(23 | 0)$$

Teil f)

$$g(x) = -\frac{10}{3}x - \frac{22}{3} \text{ mit } S_y(0 | \frac{22}{3}) \text{ und } S_x(-\frac{11}{5} | 0)$$

Aufgabe 11: Achsenschnittpunkte und gemeinsame Punkte

- Schnittpunkte $S_{xf}(6 | 0)$, $S_{xg}(\frac{3}{2} | 0)$, $S_{yf}(0 | 3)$, $S_{yg}(0 | -3)$, $S_{fg}(\frac{12}{5} | \frac{9}{5})$
- Schnittpunkte $S_{fy}(0 | 2)$; $S_{fx}(6 | 0)$; $S_{gy}(0 | -1)$; $S_{gx}(-\frac{1}{4} | 0)$; $S_{fg}(-\frac{9}{11} | \frac{25}{11})$
- Schnittpunkte $S_{xf}(\frac{3}{5} | 0)$, $S_{xg}(-\frac{1}{3} | 0)$, $S_{yf}(0 | -3)$, $S_{yg}(0 | -1)$, $S_{fg}(\frac{1}{4} | -\frac{7}{4})$
- Schnittpunkte $S_{fy}(0 | 2)$; $S_{fx}(-7 | 0)$; $S_{gy}(0 | 4)$; $S_{gx}(-6 | 0)$; $S_{fg}(-\frac{21}{4} | \frac{1}{2})$

Aufgabe 12: Gemeinsame Punkte

- Schnittpunkte: $f \cap g = A(-9 | -22)$, $g \cap h = B(3 | 2)$ und $h \cap f = C(-\frac{3}{11} | \frac{46}{11})$
- Schnittpunkte: $f \cap g = P(\frac{6}{11} | -\frac{12}{22})$, $g \cap h = P(-\frac{14}{9} | -\frac{28}{9})$, $h \cap f = P(-4 | -\frac{9}{2})$

Aufgabe 13: Geradenscharen

- $S_{yt}(0 | 0)$, $S_{xt}(0 | 0)$, $S_g(0 | 0)$
- $S_{yt}(0 | t)$, $S_{xt}(1 | 0)$, $S_g(1 | 0)$
- $S_{yt}(0 | 3 - t)$, $S_{xt}(0 | 1 - \frac{3}{t})$, falls $t \neq 0$, $S_g(1 | 3)$
- $S_{yt}(0 | \frac{1}{t})$, $S_{xt}(-2 | 0)$, $S_g(-2 | 0)$