

4.2. Prüfungsaufgaben zu Achsenschnittpunkten und Scheitelpunkten

Aufgabe 1: Achsenschnittpunkte und Scheitelpunkte

Bestimme bei den folgenden Funktionen den Scheitelpunkt und alle Achsenschnittpunkte.

a) $f(x) = x^2 - 10x + 21 \Rightarrow S_y(0|21)$ (1)

$f(x) = (x - 5)^2 - 4 \Rightarrow S(5|-4)$ (2)

$f(x) = (x - 3)(x - 7) \Rightarrow S_{x_1}(3|0) \text{ und } S_{x_2}(7|0)$ (3)

b) $f(x) = x^2 - 5x + 6 \Rightarrow S_y(0|6)$ (1)

$f(x) = (x - \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow S(\frac{5}{2} | -\frac{1}{4})$ (2)

$f(x) = (x - 2)(x - 3) \Rightarrow S_{x_1}(2|0) \text{ und } S_{x_2}(3|0)$ (2)

c) $f(x) = x^2 + 3x - 10 \Rightarrow S_y(0|-10)$ (1)

$f(x) = (x + \frac{3}{2})^2 - \frac{49}{4} \Rightarrow S(-\frac{3}{2} | -\frac{49}{4})$ (2)

$f(x) = (x - 2)(x + 5) \Rightarrow S_{x_1}(-5|0) \text{ und } S_{x_2}(2|0)$ (2)

d) $f(x) = -2x^2 + 4x + 6 \Rightarrow S_y(0|6)$ (1)

$f(x) = -2(x - 1)^2 + 8 \Rightarrow S(1|8)$ (2)

$f(x) = -2(x - 3)(x + 1) \Rightarrow S_{x_1}(-1|0) \text{ und } S_{x_2}(3|0)$ (2)

e) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1 \Rightarrow S_y(0|1)$ (1)

$f(x) = -\frac{1}{3}(x - 1)^2 + \frac{4}{3} \Rightarrow S(1 | \frac{4}{3})$ (2)

$f(x) = -\frac{1}{3}(x - 3)(x + 1) \Rightarrow S_{x_1}(-1|0) \text{ und } S_{x_2}(3|0)$ (2)

f) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2x + \frac{8}{3} \Rightarrow S_y(0|\frac{8}{3})$ (1)

$f(x) = \frac{1}{3}(x + 3)^2 - \frac{1}{3} \Rightarrow S(-3 | -\frac{1}{3})$ (2)

$f(x) = \frac{1}{3}(x + 2)(x + 4) \Rightarrow S_{x_1}(-2|0) \text{ und } S_{x_2}(-4|0)$ (2)

g) $f(x) = -\frac{1}{5}x^2 + 4x - \frac{51}{5} \Rightarrow S_y(0|-\frac{51}{5})$ (1)

$f(x) = -\frac{1}{5}(x - 10)^2 - \frac{49}{5} \Rightarrow S(10 | -\frac{49}{5})$ (2)

$f(x) = -\frac{1}{5}(x - 3)(x - 17) \Rightarrow S_{x_1}(3|0) \text{ und } S_{x_2}(17|0)$ (2)

h) $f(x) = -\frac{1}{7}x^2 + 2x - \frac{24}{7} \Rightarrow S_y(0|-\frac{24}{7})$ (1)

$f(x) = -\frac{1}{7}(x - 7)^2 + \frac{25}{7} \Rightarrow S(7 | \frac{25}{7})$ (2)

$f(x) = -\frac{1}{7}(x - 2)(x - 12) \Rightarrow S_{x_1}(2|0) \text{ und } S_{x_2}(12|0)$ (2)

i) $f(x) = 3x^2 - 5x + 2 \Rightarrow S_y(0|2)$ (1)

$f(x) = 3(x - \frac{5}{6})^2 - \frac{1}{12} \Rightarrow S(\frac{5}{6} | -\frac{1}{12})$ (2)

$f(x) = 3(x - 1)(x - \frac{2}{3}) \Rightarrow S_{x_1}(1|0) \text{ und } S_{x_2}(\frac{2}{3}|0)$ (2)

j) $f(x) = 3x^2 - 15x + 18 \Rightarrow S_y(0|18)$ (1)

$f(x) = 3(x - \frac{5}{2})^2 - \frac{3}{4} \Rightarrow S(\frac{5}{2} | -\frac{3}{4})$ (2)

$f(x) = 3(x - 2)(x - 3) \Rightarrow S_{x_1}(2|0) \text{ und } S_{x_2}(3|0)$ (2)

- k) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x + 3 \Rightarrow S_y(0|3)$ (1)
- $f(x) = \frac{1}{2}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{8} \Rightarrow S\left(\frac{5}{2} \mid -\frac{1}{8}\right)$ (2)
- $f(x) = \frac{1}{2}(x-2)(x-3) \Rightarrow S_{x_1}(2|0)$ und $S_{x_2}(3|0)$ (2)
- l) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2} \Rightarrow S_y(0|\frac{5}{2})$ (1)
- $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)^2 - 2 \Rightarrow S(3|-2)$ (2)
- $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)(x-5) \Rightarrow S_{x_1}(1|0)$ und $S_{x_2}(5|0)$ (2)
- m) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} \Rightarrow S_y(0|-\frac{3}{2})$ (1)
- $f(x) = \frac{1}{2}(x-1)^2 - 2 \Rightarrow S(1|-2)$ (2)
- $f(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-3) \Rightarrow S_{x_1}(-1|0)$ und $S_{x_2}(3|0)$ (2)
- n) $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x - 6 \Rightarrow S_y(0|-6)$ (1)
- $f(x) = \frac{1}{4}(x-2)^2 - 5 \Rightarrow S(2|-5)$ (2)
- $f(x) = \frac{1}{4}(x^2 - 4x - 24) \Rightarrow S_{x_1}(2 + 2\sqrt{7} | 0)$ und $S_{x_2}(2 - 2\sqrt{7} | 0)$ (2)
- o) $f(x) = -3x^2 + 12x + 12 \Rightarrow S_y(0|12)$ (1)
- $f(x) = -3(x-2)^2 + 24 \Rightarrow S(2|24)$ (2)
- $f(x) = -3(x^2 - 4x - 4) \Rightarrow S_{x_1}(2 + \sqrt{8} | 0)$ und $S_{x_2}(2 - \sqrt{8} | 0)$ (2)
- p) $f(x) = 2x^2 + 4x + 0 \Rightarrow S_y(0|0)$ (1)
- $f(x) = 2(x+1)^2 - 2 \Rightarrow S(-1|-2)$ (2)
- $f(x) = 2x(x+2) \Rightarrow S_{x_1}(0|0)$ und $S_{x_2}(-2|0)$ (2)
- q) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + x - 1 \Rightarrow S_y(0|-1)$ (1)
- $f(x) = -\frac{1}{4}(x-2)^2 \Rightarrow S(2|0)$ (Scheitelpunkt ist gleichzeitig doppelte Nullstelle) (2)
- r) $f(x) = -3x^2 - 12x - 17 \Rightarrow S_y(0|-17)$ (1)
- $f(x) = -3(x+2)^2 - 5 \Rightarrow S(-2|-5)$ (2)
- $f(x) = -3\left(x^2 + 4x + \frac{17}{3}\right) \Rightarrow$ keine Nullstellen (1)
- s) $f(x) = -\frac{1}{4}x^2 - x - 4 \Rightarrow S_y(0|-4)$ (1)
- $f(x) = -\frac{1}{4}(x+2)^2 - 3 \Rightarrow S(-2|-3)$ (2)
- $f(x) = -\frac{1}{4}(x^2 + 4x + 16) \Rightarrow$ keine Nullstellen (2)
- t) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 2x - 5 \Rightarrow S_y(0|-5)$ (1)
- $f(x) = -\frac{1}{3}(x-3)^2 - 2 \Rightarrow S(3|-2)$ (2)
- $f(x) = -\frac{1}{3}(x^2 - 6x + 15) \Rightarrow$ keine Nullstellen (1)

u) $f(x) = 4x^2 - 2x + 2 \Rightarrow S_y(0|2)$ (1)

$f(x) = 4(x - \frac{1}{4})^2 + \frac{7}{4} \Rightarrow S(\frac{1}{4} | \frac{7}{4})$ (2)

$f(x) = 4(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}) \Rightarrow$ keine Nullstellen (2)

v) $f_t(x) = x^2 - 2tx + 2t - 1 \Rightarrow S_{yt}(0|2t - 1)$ (1)

$f_t(x) = (x - t)^2 - t^2 + 2t - 1 \Rightarrow S(t|-(t - 1)^2)$ (2)

$f_t(x) = (x - 1)(x - 2t + 1) \Rightarrow S_{x1t}(1|0)$ und $S_{x2t}(2t - 1|0)$ (2)

Aufgabe 2: Achsenschnittpunkte und Scheitelpunkte (11)

Untersuche die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$ auf

- Öffnung
- Streckung
- Scheitelpunkt
- Gemeinsame Punkte mit der x- und y-Achse
- und zeichne ihren Graphen in einem geeigneten Bereich

Lösung

• Öffnung nach oben, da Streckfaktor $\frac{1}{2} > 0$ (0,5)

• Streckung: in y-Richtung gestaucht, da Betrag des Streckfaktors $\frac{1}{2} < 1$ (0,5)

• Scheitelpunktform $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2} = \frac{1}{2}(x - 3)^2 - 2 \Rightarrow S(3|-1)$ (3)

• Gemeinsame Punkte mit der x- und y-Achse: $S_{x1/2}(3 \pm 2|0)$ und $S_y(0|\frac{5}{2})$ (4)

• Graph (3)

Aufgabe 3: Achsenschnittpunkte und Scheitelpunkte (11)

Untersuche die Funktion $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$ auf

- Öffnung
- Streckung
- Scheitelpunkt
- Gemeinsame Punkte mit der x- und y-Achse
- und zeichne ihren Graphen in einem geeigneten Bereich

Lösung

• Öffnung nach oben, da Streckfaktor $\frac{1}{2} > 0$ (0,5)

• Streckung: in y-Richtung gestaucht, da Betrag des Streckfaktors $\frac{1}{2} < 1$ (0,5)

• Scheitelpunktform $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}(x - 1)^2 - 2 \Rightarrow S(1|-2)$ (3)

• Gemeinsame Punkte mit der x- und y-Achse: $S_{x1/2}(1 \pm 2|0)$ und $S_y(0|-\frac{3}{2})$ (4)

• Graph (3)

Aufgabe 4: Achsenschnittpunkte und Scheitelpunkte (11)

Untersuche die Funktion $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x$ auf

- Öffnung
- Streckung
- Scheitelpunkt
- Gemeinsame Punkte mit der x- und y-Achse
- und zeichne ihren Graphen in einem geeigneten Bereich

Lösung

- Öffnung nach oben, da Streckfaktor $\frac{1}{3} > 0$ (0,5)
- Streckung: in y-Richtung gestaucht, da Betrag des Streckfaktors $\frac{1}{3} < 1$ (0,5)
- Scheitelpunktform $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)^2 - 3 \Rightarrow S(3|-3)$ (3)
- Gemeinsame Punkte mit der x- und y-Achse: $S_{x1/2}(3 \pm 3|0)$ (4)
- Graph (3)

Aufgabe 5: Achsenschnittpunkte und Scheitelpunkte (11)

Untersuche die Funktion $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x - \frac{7}{3}$ auf

- Öffnung
- Streckung
- Scheitelpunkt
- Gemeinsame Punkte mit der x- und y-Achse
- und zeichne ihren Graphen in einem geeigneten Bereich

Lösung

- Öffnung nach oben, da Streckfaktor $\frac{1}{3} > 0$ (0,5)
- Streckung: in y-Richtung gestaucht, da Betrag des Streckfaktors $\frac{1}{3} < 1$ (0,5)
- Scheitelpunktform $f(x) = \frac{1}{3}(x-3)^2 - \frac{16}{3} \Rightarrow S(3|-\frac{16}{3})$ (3)
- Gemeinsame Punkte mit der x- und y-Achse: $S_{x1/2}(3 \pm 4|0)$ (4)
- Graph (3)