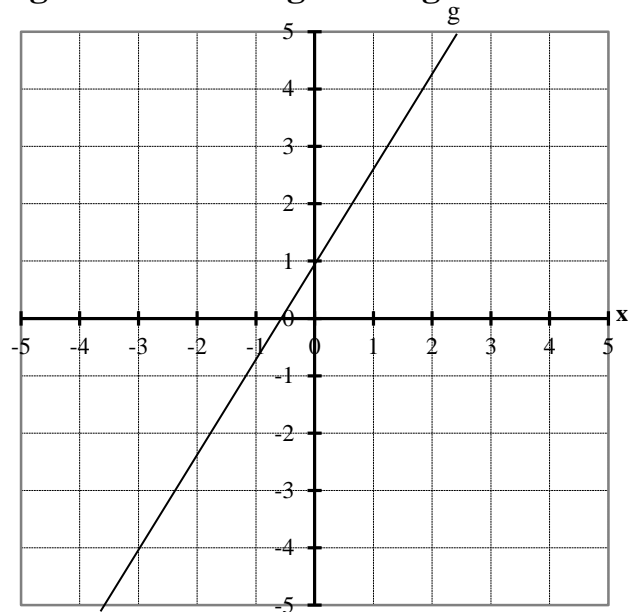


4.2. Prüfungsaufgaben zur Bestimmung von Funktionsgleichungen

Aufgabe 0a: Lineare und quadratische Funktionen (10)

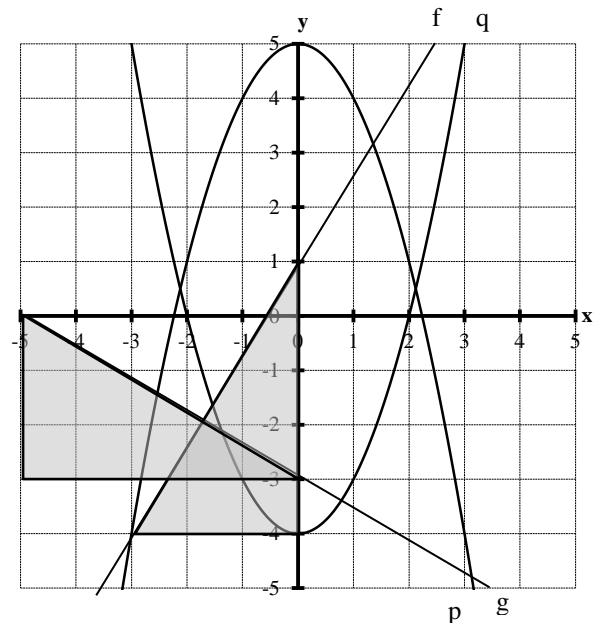
- Bestimme die Funktionsgleichung der rechts abgebildeten Geraden g mit Hilfe eines **Steigungsdreiecks**. (2,5)
- Zeichne die Gerade $f(x) = -\frac{3}{5}x - 2$ mit Hilfe eines **Steigungsdreiecks** ebenfalls in das nebenstehende Koordinatensystem. (2,5)
- Zeichne die beiden Parabeln $p(x) = x^2 - 4$ und $q(x) = -x^2 + 5$ mit Hilfe einer **Wertetabelle** ebenfalls in das nebenstehende Koordinatensystem ein. (5)



Aufgabe 0a (5)

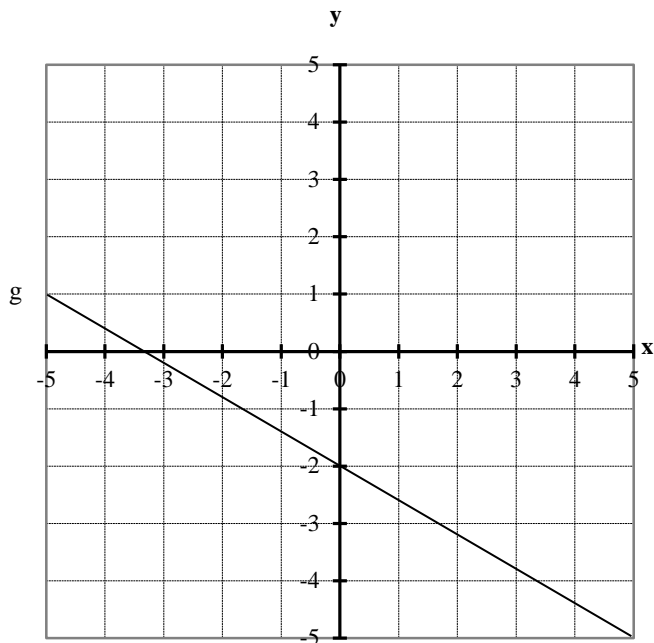
- Steigungsdreieck $\Rightarrow f(x) = \frac{5}{3}x + 1$. (2,5)
- Zeichnung mit Steigungsdreieck. (2,5)
- Zeichnungen mit Wertetabelle (5)

x	$p(x) = x^2 - 4$	$q(x) = -x^2 + 5$
-3	5	-4
-2	0	1
-1	-3	-4
0	-4	5
1	-3	4
2	0	1
3	5	-4



Aufgabe 0b: Lineare und quadratische Funktionen (10)

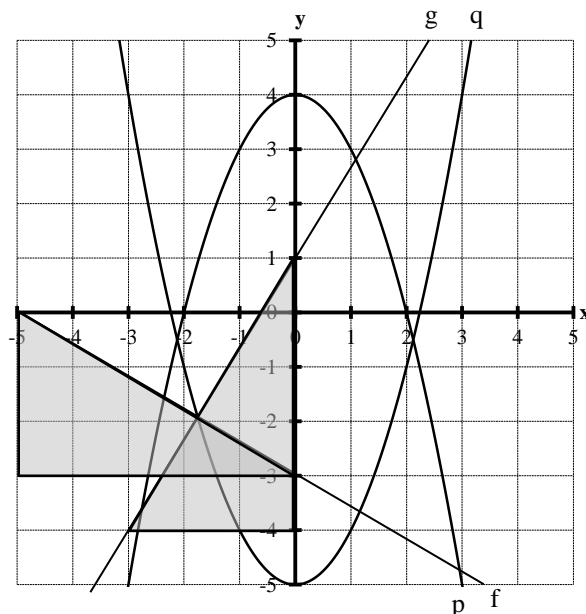
- a) Bestimme die Funktionsgleichung der rechts abgebildeten Geraden g mit Hilfe eines **Steigungsdreiecks**. (2,5)
- b) Zeichne die Gerade $f(x) = \frac{5}{3}x + 1$ mit Hilfe eines **Steigungsdreiecks** ebenfalls in das nebenstehende Koordinatensystem. (2,5)
- c) Zeichne die beiden Parabeln $p(x) = -x^2 + 4$ und $q(x) = x^2 - 5$ mit Hilfe einer **Wertetabelle** ebenfalls in das nebenstehende Koordinatensystem ein.



Aufgabe 0b (5)

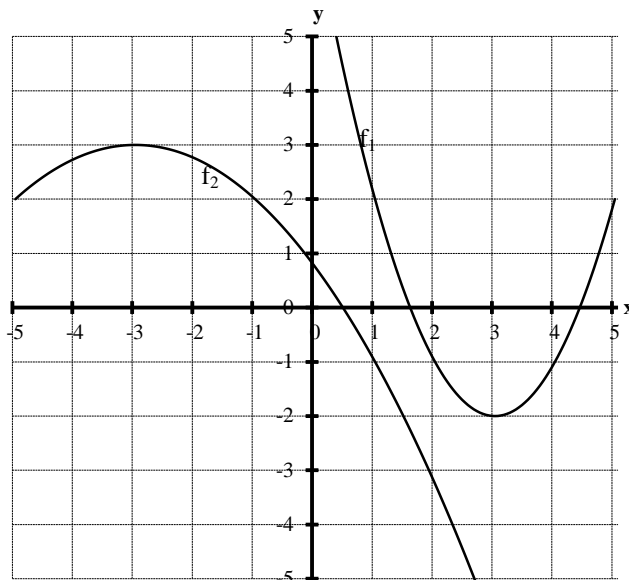
- a) Steigungsdreieck $\Rightarrow f(x) = -\frac{3}{5}x - 2$. (2,5)
- b) Zeichnung mit Steigungsdreieck. (2,5)
- c) Zeichnungen mit Wertetabelle (5)

x	$p(x) = x^2 - 5$	$q(x) = -x^2 + 4$
-3	4	-5
-2	-1	0
-1	-4	3
0	-5	4
1	-4	3
2	-1	0
3	4	-5



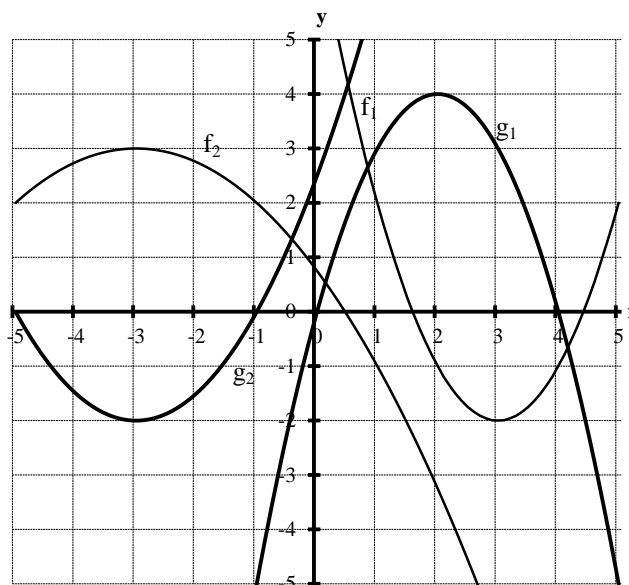
Aufgabe 1a: Scheitelpunktform (12)

- a) Bestimme die Gleichung der rechts abgebildeten Parabeln f_1 und f_2 . (6)
- b) Zeichne die Parabeln $g_1(x) = -(x - 2)^2 + 4$ und $g_2(x) = \frac{1}{2}(x + 3)^2 - 2$ ebenfalls in das Koordinatensystem aus a) (6)



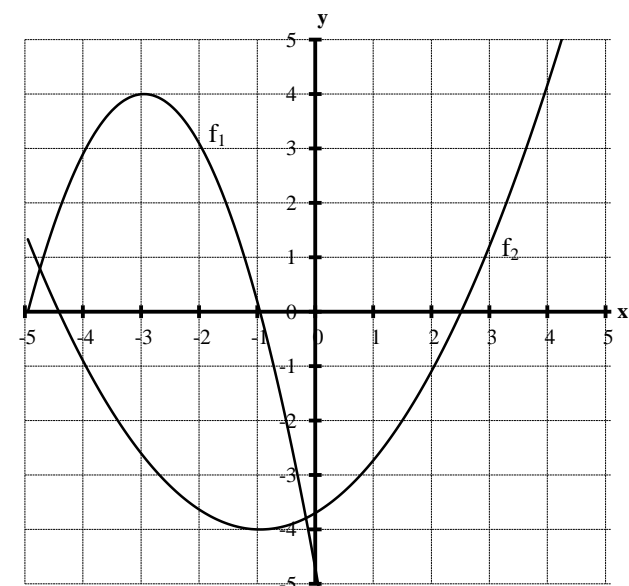
Lösungen:

- a) $f_1(x) = (x - 3)^2 - 2$ und $f_2(x) = -\frac{1}{4}(x + 3)^2 + 3$ (6)
- b) siehe rechts (6)



Aufgabe 1b: Scheitelpunktform (12)

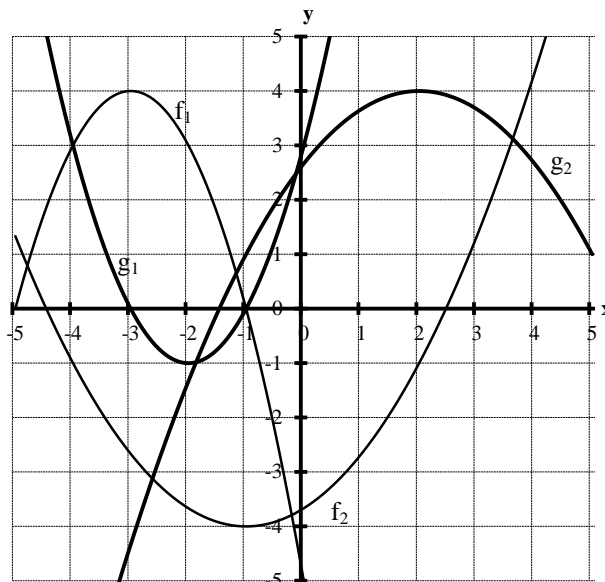
- a) Bestimme die Gleichung der rechts abgebildeten Parabeln f_1 und f_2 . (6)
- b) Zeichne die Parabeln $g_1(x) = (x + 2)^2 - 1$ und $g_2(x) = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + 4$ ebenfalls in das Koordinatensystem aus a) (6)



Lösungen:

- a) $f_1(x) = -(x + 3)^2 + 4$ und $f_2(x) = \frac{1}{3}(x + 1)^2 - 4$
 b) siehe rechts

(6)
 (6)



Aufgabe 2: Scheitelpunkt und ein weiterer Punkt

Vom Schaubild einer Parabel sind der Scheitelpunkt S und ein weiterer Punkt P bekannt. Bestimme die Gleichung der Parabel in Normalform.

- | | |
|--------------------------------------|---|
| a) S(1 1) und P(2 -1) | $f(x) = -2x^2 + 4x - 1$ |
| b) S(-1 1) und P(-2 3) | $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$ |
| c) S(-2 3) und P(-3 0) | $f(x) = -3x^2 - 12x - 9$ |
| d) S(-2 3) und P(1 0) | $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$ |
| e) S(-2 3) und P(1 $-\frac{3}{2}$) | $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + 1$ |
| f) S(1 -5) und P(-2 -1) | $f(x) = \frac{4}{9}x^2 - \frac{8}{9}x - \frac{41}{9}$ |
| g) S(-2 -1) und P(-1 1) | $f(x) = 2(x + 2)^2 - 1 = 2x^2 + 8x + 7$ |

Aufgabe 3: Drei Punkte

Bestimme die Gleichung der Parabel, die durch die Punkte P_1 , P_2 und P_3 verläuft.

- | | |
|--|--|
| a) $P_1(-3 0)$, $P_2(-2 1)$ und $P_3(-1 0)$ | $f(x) = -x^2 - 4x - 3$ |
| b) $P_1(-3 0)$, $P_2(-2 \frac{1}{2})$ und $P_3(-1 0)$ | $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{3}{2}$ |
| c) $P_1(-2 3)$, $P_2(-1 1)$ und $P_3(1 9)$ | $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$ |
| d) $P_1(-3 1)$, $P_2(-2 2)$ und $P_3(-1 1)$ | $f(x) = -x^2 - 4x - 2$ |
| e) $P_1(-1 0)$, $P_2(1 -24)$ und $P_3(-2 3)$ | $f(x) = -3x^2 - 12x - 9$ |
| f) $P_1(-1 1)$, $P_2(1 1)$ und $P_3(2 -1)$ | $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 + \frac{5}{3}$ |
| g) $P_1(-1 1)$, $P_2(1 5)$ und $P_3(2 8)$ | $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2x + \frac{8}{3}$ |
| h) $P_1(-2 -19)$, $P_2(2 -3)$ und $P_3(3 0)$ | $f(x) = -\frac{11}{5}x^2 + 4x - \frac{51}{5}$ |
| i) $P_1(-3 -1)$, $P_2(1 -5)$ und $P_3(5 7)$ | $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{11}{2}$ |
| j) $P_1(-4 \frac{7}{2})$, $P_2(2 -1)$ und $P_3(6 6)$ | $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x - \frac{3}{2}$ |
| k) $P_1(2 -3)$, $P_2(-1 0)$ und $P_3(-2 3)$ | $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x - 2$ |
| l) $P_1(1 -3)$, $P_2(2 -9)$ und $P_3(-3 1)$ | $f(x) = -x^2 - 3x + 1$ |
| m) $P_1(-1 3)$, $P_2(2 -1)$ und $P_3(3 -1)$ | $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{5}{3}x + 1$ |
| n) $P_1(-2 -1)$, $P_2(1 5)$ und $P_3(4 7)$ | $f(x) = -x^2 + x + 5$ |

Aufgabe 4: Scheitelpunkt mit Form und Öffnung

Gib die Gleichung einer Normalparabel an, die den Scheitelpunkt $S(2|1)$ hat und nach unten geöffnet ist.

Lösung

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

Aufgabe 5: Zwei Punkte mit Form und Öffnung

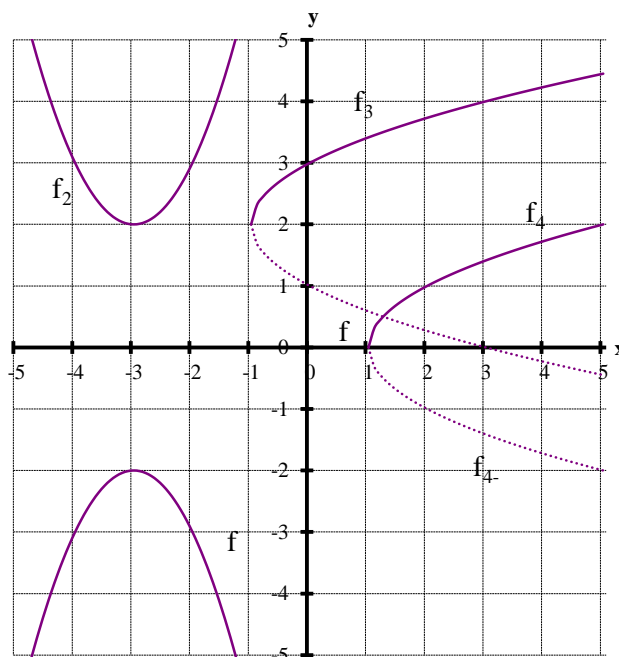
Bestimme die Gleichung der nach unten geöffneten Normalparabel, die durch die Punkte $P_1(3|2)$ und $P_2(1|2)$ verläuft.

Lösung:

$$f(x) = -x^2 + 4x - 1$$

Problem 6a (14)

- Determine domain, range, Maximum and y-intercept of $f_1(x) = -x^2 - 6x - 11$ (4)
- Reflect f_1 in the x-Axis and give the formula of the new Parabola f_2 . (2)
- Rotate f_2 by 90 degrees clockwise with center $(-2|1)$ and give the formula of the new curves $f_{3\pm}$. (2)
- Translate f_3 with $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ and give the formula of the new curves $f_{4\pm}$. (2)
- Draw the curves in a common coordinate system (4)

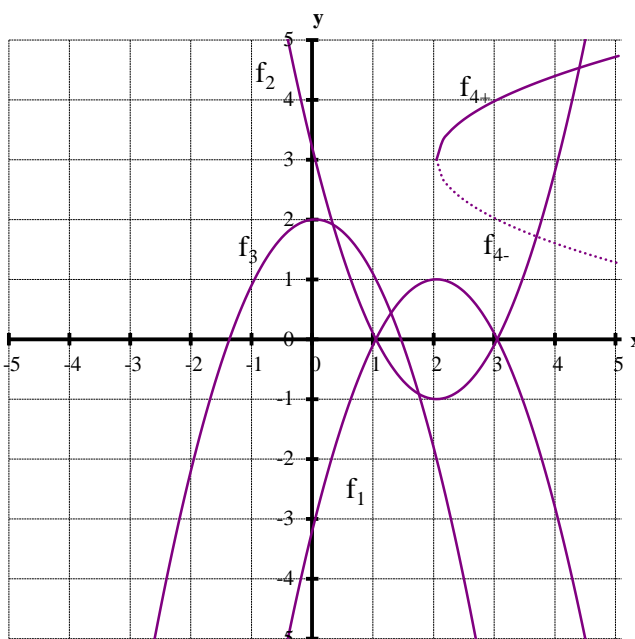


Problem 6a (14)

- $f(x) = -x^2 - 6x - 11 = -(x + 3)^2 - 2$
maximum $S(-3|-2)$, y-intercept $S_y(0|-11)$,
domain \mathbb{R} and range $]-\infty; -2]$. (2)
- graph (1)
- $y = -f(x) = -x^2 + 6x + 11$ with graph (2)
- $y - 1 = f(x + 2) \Leftrightarrow y = x^2 + 2$ with graph (2)
- $y_{1/2} = \pm \sqrt{x - 2} + 3$ with graph (3)

Problem 6b (14)

- Find maximum, y-intercept, zeroes, domain and range of the function $f(x) = -x^2 + 4x - 3$. (6)
- Draw the graph of f . (1)
- Reflect f in the x-axis, draw its graph and give the formula of the new function. (2)
- Translate f by the vector $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, draw its graph and give the formula of the new function. (2)
- Rotate f by 90 degrees counterclockwise around center $(1|2)$, draw its graph and give the formula of the new function. (3)



Problem 6b (14)

- $f(x) = -x^2 + 4x - 3 = -(x - 3)(x - 1) = -(x - 2)^2 + 1$
maximum $S(2|1)$, y-intercept $S_y(0|-3)$,
zeroes $S_{x1}(1|0)$ and $S_{x2}(3|0)$,
domain \mathbb{R} and range $]-\infty; 1]$. (2)
- graph (1)
- $y = -f(x) = x^2 - 4x + 3$ with graph (2)
- $y - 1 = f(x + 2) \Leftrightarrow y = x^2 + 2$ with graph (2)
- $y_{1/2} = \pm \sqrt{x - 2} + 3$ with graph (3)