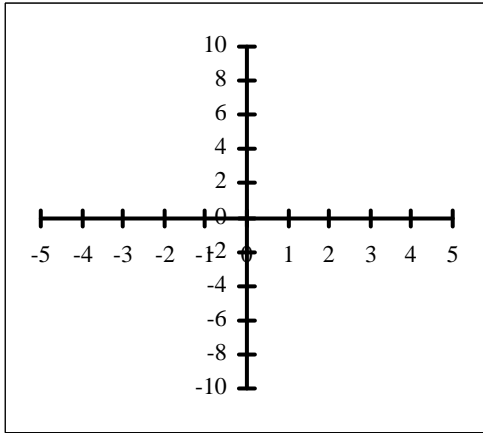


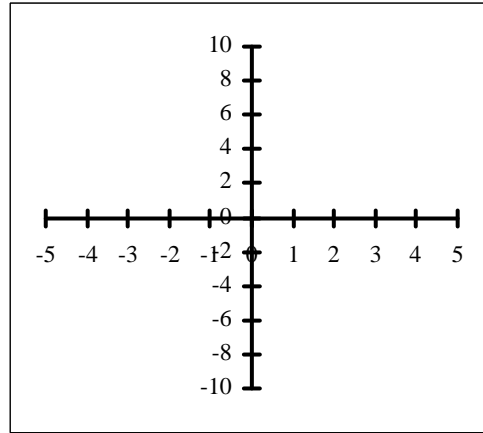
4.5. Beispiele zu ganzrationalen Funktionen

Bestimme die Normalform und zeichne die Schaubilder im vorgegebenen Bereich:

Grad n = 1 mit Leitkoeffizient $a_1 = 1$: von _____ nach _____:

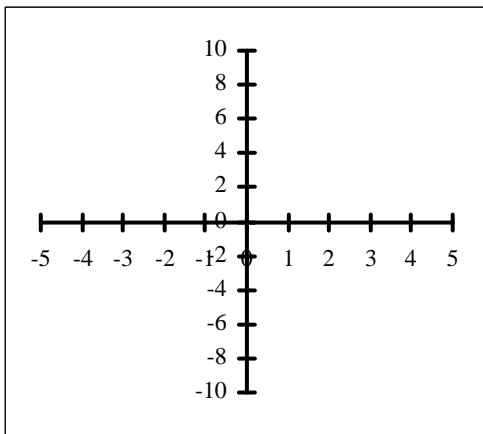


$$f(x) = x$$

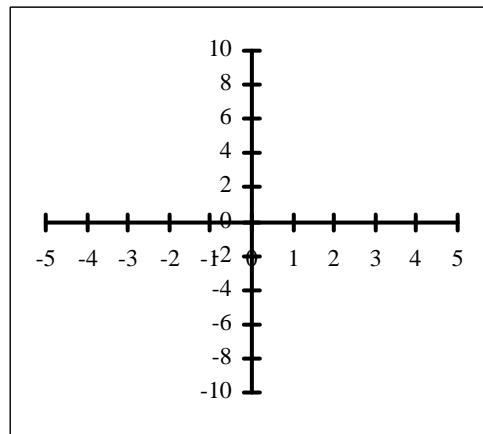


$$f(x) = x + 1$$

Grad n = 2 mit Leitkoeffizient $a_2 = 1$: von _____ nach _____:

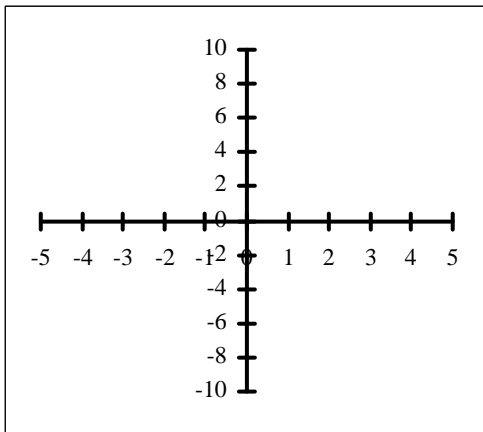


$$f(x) = x^2$$

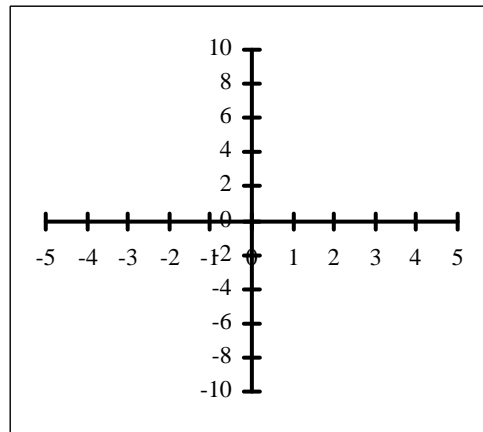


$$f(x) = (x + 1) \cdot (x - 2) =$$

Grad n = 3 mit Leitkoeffizient $a_3 = 1$: von _____ nach _____:

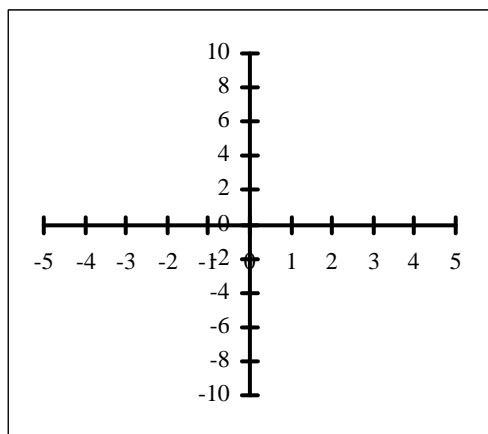


$$f(x) = x^3$$

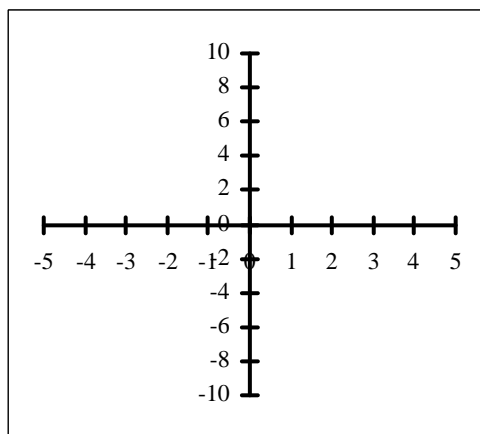


$$f(x) = (x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x - 3) =$$

Grad $n = 4$ mit Leitkoeffizient $a_4 = 1$: von _____ nach _____ :



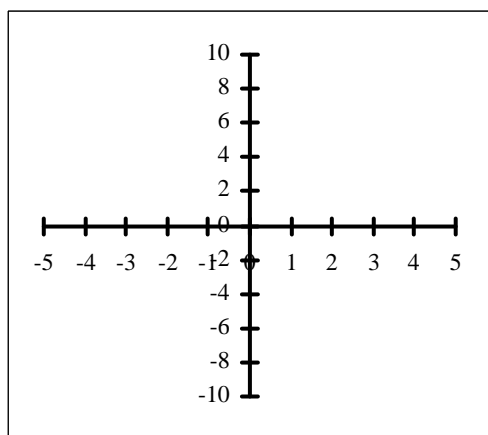
$$f(x) = x^4$$



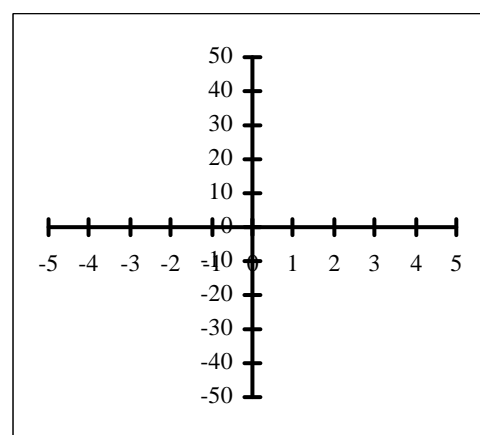
$$f(x) = (x + 1) \cdot (x - 1)^2 \cdot (x - 3)$$

=

Grad $n = 5$ mit Leitkoeffizient $a_5 = 1$: von _____ nach _____ :



$$f(x) = x^5$$



$$f(x) = (x + 3) \cdot (x + 2) \cdot x \cdot (x - 2) \cdot (x - 3)$$

=

Satz über den Verlauf der Schaubilder ganzrationaler Funktionen für $x \rightarrow \pm \infty$

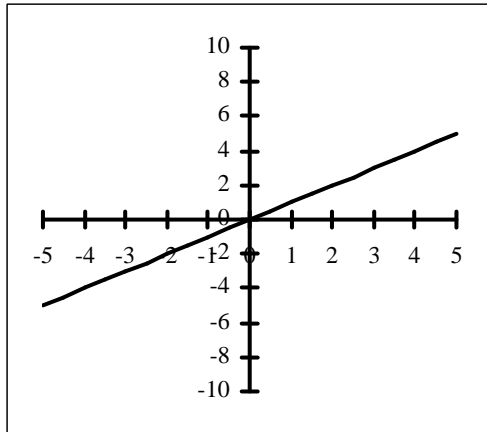
Grad n ist	$a_n > 0$	$a_n < 0$
gerade	kommt von _____ und geht nach _____	kommt von _____ und geht nach _____
ungerade	kommt von _____ und geht nach _____	kommt von _____ und geht nach _____

Beweis:

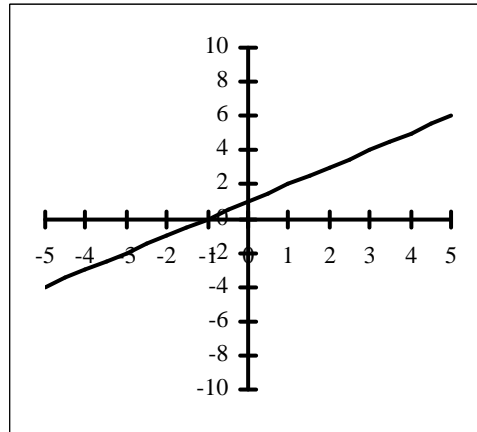
4.5. Lösungen zu den Beispielen zu ganzrationalen Funktionen

Bestimme die Normalform und zeichne die Schaubilder im vorgegebenen Bereich:

Grad $n = 1$ mit Leitkoeffizient $a_1 = 1$: von unten nach oben

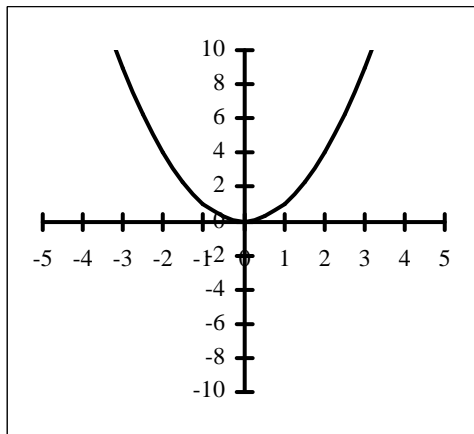


$$f(x) = x$$

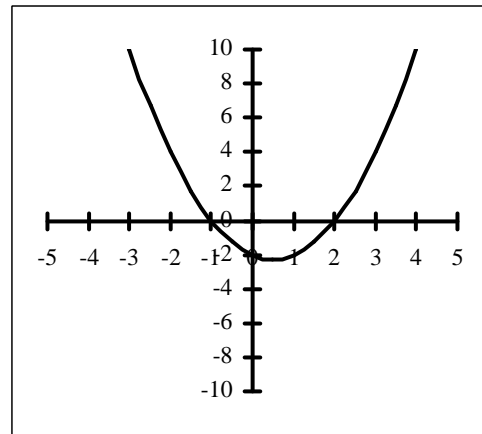


$$f(x) = x + 1$$

Grad $n = 2$ mit Leitkoeffizient $a_2 = 1$: von oben nach oben

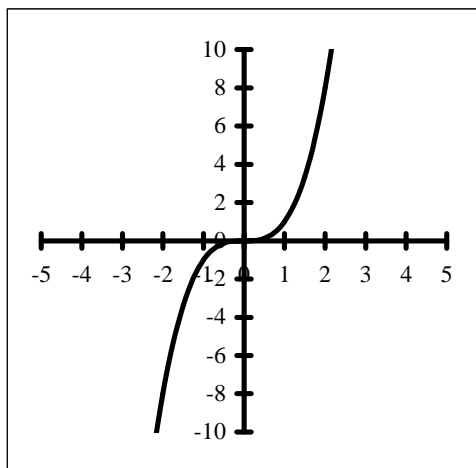


$$f(x) = x^2$$

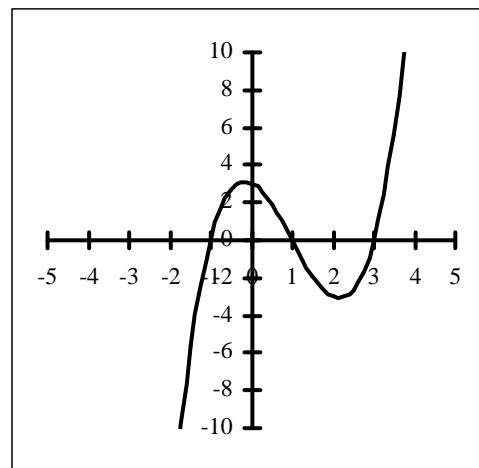


$$f(x) = (x + 1) \cdot (x - 2) \\ = x^2 - x - 2$$

Grad $n = 3$ mit Leitkoeffizient $a_3 = 1$: von unten nach oben

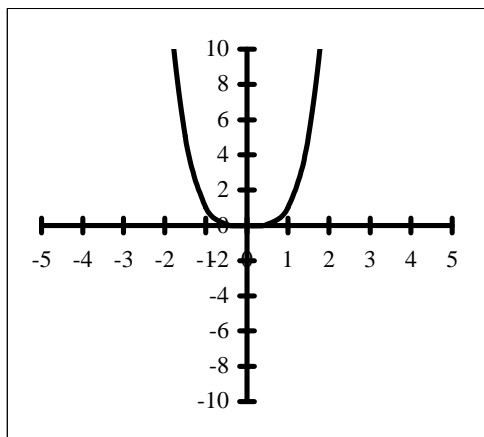


$$f(x) = x^3$$

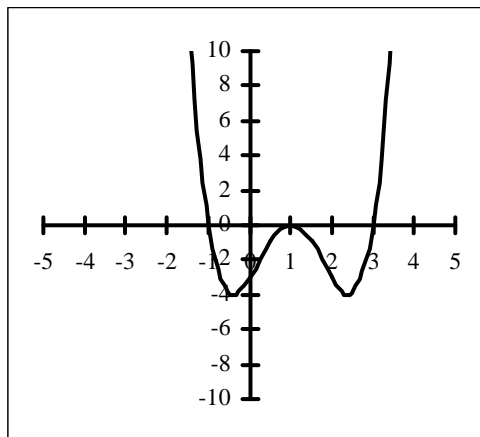


$$f(x) = (x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x - 3) \\ = x^3 - 3x^2 - x - 3$$

Grad n = 4 mit Leitkoeffizient a₄ = 1: von oben nach oben

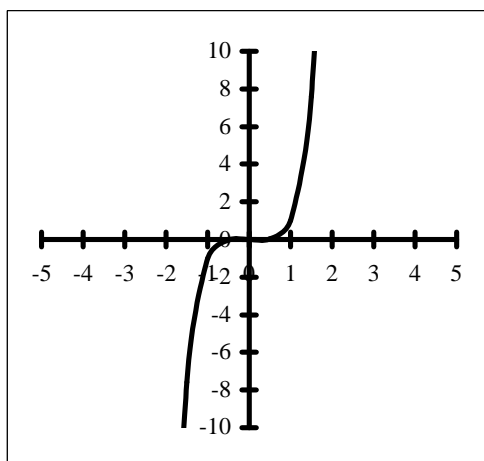


$$f(x) = x^4$$

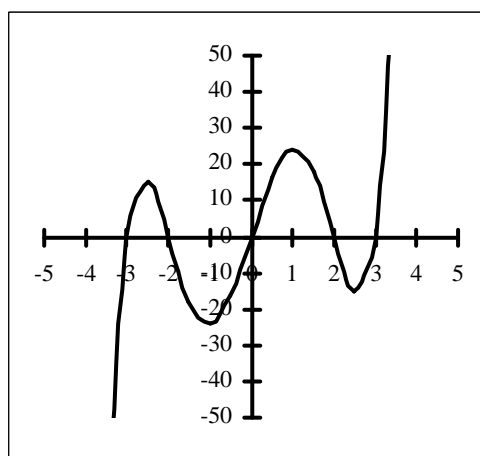


$$f(x) = (x + 1) \cdot (x - 1)^2 \cdot (x - 3) \\ = x^4 - 4x^3 + 2x^2 + 4x - 3$$

Grad n = 5 mit Leitkoeffizient a₅ = 1: von unten nach oben



$$f(x) = x^5$$



$$f(x) = (x + 3) \cdot (x + 2) \cdot x \cdot (x - 2) \cdot (x - 3) \\ = x^5 - 13x^3 + 36x$$

Satz über den Verlauf der Schaubilder ganzzahliger Funktionen für $x \rightarrow \pm \infty$

Grad n ist	a _n > 0	a _n < 0
gerade	kommt von oben und geht nach oben	kommt von unten und geht nach unten
ungerade	kommt von unten und geht nach oben	kommt von oben und geht nach unten

Beweis:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = a_n x^n \cdot \left(1 + \frac{a_{n-1}}{a_n x} + \frac{a_{n-2}}{a_n x^2} + \dots + \frac{a_1}{a_n x^{n-1}} + \frac{a_0}{a_n x^n} \right)$$

Für $x \rightarrow \pm \infty$ strebt der Klammerausdruck gegen 1 und der Gesamtausdruck daher gegen $a_n x^n \cdot 1 = a_n x^n$.