

4.5. Prüfungsaufgaben zur Bestimmung von Funktionsgleichungen

Aufgabe 1: 3. Grad mit Achsenschnittpunkten aus Produktform

Bestimme die **Normalform** der ganzrationalen Funktion 3. Grades mit den Nullstellen 2, 3 und 4, die außerdem durch den Punkt $P(0|-6)$ geht. Skizziere das Schaubild von f im wesentlichen Bereich. (5)

Lösung

$$f(x) = \frac{1}{4}(x-2)(x-3)(x-4) = \frac{1}{4}x^3 - \frac{9}{4}x^2 + \frac{13}{2}x - 6$$

Aufgabe 2: 3. Grad mit Achsenschnittpunkten aus Produktform

Bestimme die **Normalform** der ganzrationalen Funktion 4. Grades mit den Nullstellen $-2, 2, -4$ und 4 , die außerdem durch den Punkt $P(0|8)$ geht. Skizziere das Schaubild von f im wesentlichen Bereich (5)

Lösung

$$f(x) = \frac{1}{8}(x-2)(x+2)(x-4)(x+4) = \frac{1}{8}(x^2-4)(x^2-16) = \frac{1}{8}x^4 - \frac{5}{2}x^2 + 8$$

Aufgabe 3: 4. Grad mit Symmetrie und Nullstellen aus Produktform

Bestimme die Funktionsgleichung der ganzrationalen Funktion 4. Grades, die achsensymmetrisch zur y -Achse $x = 0$ ist und außerdem durch die Punkte $P_1(0|0)$, $P_2(1|-4)$ und $P_3(2|0)$ verläuft. (3)

Lösung

$$f(x) = \frac{4}{3}x^2(x^2-4)$$

Aufgabe 4: 4. Grad mit Symmetrie und Nullstellen aus Produktform

Bestimme die Funktionsgleichung der ganzrationalen Funktion 4. Grades, die achsensymmetrisch zur y -Achse $x = 0$ ist und außerdem durch die Punkte $P_1(0|0)$, $P_2(1|5)$ und $P_3(2|0)$ verläuft. (3)

Lösung

$$f(x) = -\frac{5}{3}x^2(x^2-4)$$

Aufgabe 5: 4. Grad mit Achsenschnittpunkten und Symmetrie

Bestimme die Funktionsgleichung der ganzrationalen Funktion 4. Grades, die achsensymmetrisch zur y -Achse $x = 0$ ist und außerdem durch die Punkte $P_1(0|-2)$, $P_2(1|-9)$ und $P_3(2|0)$ verläuft. (3)

Lösung

$$f(x) = 2x^4 - 7x^2 - 4$$

Aufgabe 6: 3. Grad mit Symmetrie

Bestimme die Funktionsgleichung in Normalform $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ der Funktion 3. Grades, deren Schaubild punktsymmetrisch zum Ursprung $O(0|0)$ ist und außerdem durch die Punkte $P_1(1|1)$ und $P_2(2|-2)$ verläuft. (4)

Lösung

$$f(x) = -\frac{2}{3}x^3 + \frac{5}{3}x$$

Aufgabe 7: 3. Grad mit Symmetrie

Bestimme die Funktionsgleichung in Normalform $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ der Funktion 3. Grades, deren Schaubild punktsymmetrisch zum Ursprung $O(0|0)$ ist und außerdem durch die Punkte $P_1(1|-1)$ und $P_2(2|2)$ verläuft. (4)

Lösung

$$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{3}x$$

Aufgabe 7: 4. Grad mit Symmetrie

Bestimme die Funktionsgleichung in Normalform $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ der Funktion 4. Grades, deren Schaubild achsensymmetrisch zur y-Achse $x = 0$ ist und außerdem durch die Punkte $P_1(0|0)$, $P_3(1|-1)$ und $P_3(2|2)$ verläuft. (4)

Lösung

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{3}{2}x^2$$

Aufgabe 8: 4. Grad mit Symmetrie

Bestimme die Normalform $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ aller ganzrationalen Funktionen 4. Grades, die achsensymmetrisch zur y-Achse sind und außerdem die Nullstellen $x_1 = 1$ und $x_2 = 2$ besitzen. (6)

Lösung

$$f_t(x) = t(x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x+2) = t(x^2-1) \cdot (x^2-4) = tx^4 - 5tx^2 + 4t \text{ mit } t \in \mathbb{R}$$

Aufgabe 9: 3. Grad mit Symmetrie und Parameter

Bestimme die Normalform $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ aller ganzrationalen Funktionen 3. Grades, die symmetrisch zum Ursprung $O(0|0)$ sind und außerdem die Nullstelle $x_1 = 1$ besitzen. (6)

Lösung

$$f_t(x) = tx \cdot (x-1) \cdot (x+1) = tx^3 - tx \text{ für } t \in \mathbb{R}.$$