

5.2. Prüfungsaufgaben zu Schnittwinkeln

Aufgabe 1: Schnittwinkel (2)

Bestimme alle Schnittwinkel der Geraden $g(x) = x$ mit der Kurve $f(x) = x^2$.

Lösung:

$$\alpha_1 = 45^\circ \text{ in } S_1(0|0) \text{ und } \alpha_2 = 18,4^\circ \text{ in } S(1|1)$$

Aufgabe 2: Schnittwinkel (2)

Bestimme alle Schnittwinkel der Geraden $g(x) = -x$ mit der Kurve $f(x) = x^2$.

Lösung:

$$\alpha_1 = 45^\circ \text{ in } S_1(0|0) \text{ und } \alpha_2 = 18,4^\circ \text{ in } S(-1|1)$$

Aufgabe 3: Schnittwinkel von Kurven (6)

Bestimme alle gemeinsamen Punkte und Schnittwinkel der Schaubilder von $f(x) = x^2 + 2x - 4$ und $g(x) = x^3 - x^2 - 2x + 4$.

Lösung

$$f'(x) = 2x + 2 \text{ und } g'(x) = 3x^2 - 2x - 2 \quad (1)$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 0 = x^3 - 2x^2 - 4x + 8 = (x - 2)^2(x + 2)$$

$$\Rightarrow \text{Berührungspunkt } S_1(2|4) \text{ (doppelt)} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \text{Schnittwinkel } \alpha_1 = 0^\circ \quad (1)$$

$$\Rightarrow \text{Schnittpunkt } S_2(-2|-4) \quad (1)$$

$$f'(-2) = -2 \Rightarrow \alpha_f = \tan^{-1}(-2) = -63,43^\circ \text{ und } g'(-2) = 14 \Rightarrow \alpha_g = \tan^{-1}(14) = 85,91^\circ \quad (1)$$

$$\Rightarrow \alpha_{fg} = \alpha_f - \alpha_g = 149,34^\circ \text{ bzw. spitzer Nachbarwinkel } 30,66^\circ. \quad (1)$$

Aufgabe 4: Schnittwinkel von Kurven (6)

Bestimme alle gemeinsamen Punkte und Schnittwinkel der Schaubilder von $f(x) = x^2 - 4$ und $g(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 5$.

Lösung

$$f'(x) = 2x \text{ und } g'(x) = 3x^2 - 8x + 3 \quad (1)$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 0 = x^3 - 5x^2 + 3x + 9 = (x - 3)^2(x + 1)$$

$$\Rightarrow \text{Berührungspunkt } S_1(3|5) \text{ (doppelt)} \quad (1)$$

$$\Rightarrow \text{Schnittwinkel } \alpha_1 = 0^\circ \quad (1)$$

$$\Rightarrow \text{Schnittpunkt } S_2(-1|-3) \quad (1)$$

$$f'(-1) = -2 \Rightarrow \alpha_f = \tan^{-1}(-2) = -63,43^\circ \text{ und } g'(-1) = 14 \Rightarrow \alpha_g = \tan^{-1}(14) = 85,91^\circ \quad (1)$$

$$\Rightarrow \alpha_{fg} = \alpha_f - \alpha_g = 149,34^\circ \text{ bzw. spitzer Nachbarwinkel } 30,66^\circ. \quad (1)$$

Aufgabe 5: Schnittwinkel von Kurven (4)

Bestimme die gemeinsamen Punkte und die Schnittwinkel der Schaubilder von $f(x) = \sin(x)$ und $g(x) = \cos(x)$ im

Bereich $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

Lösung

$$f'(x) = \cos(x) \text{ und } g'(x) = -\sin(x) \quad (1)$$

$$\Rightarrow \text{Schnittpunkt } S\left(\frac{\pi}{4} \mid \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad (1)$$

$$f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha_f = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 35,26^\circ \text{ und } g'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha_g = \tan^{-1}\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -35,26^\circ \quad (1)$$

$$\Rightarrow \alpha_{fg} = \alpha_f - \alpha_g = 70,54^\circ \quad (1)$$