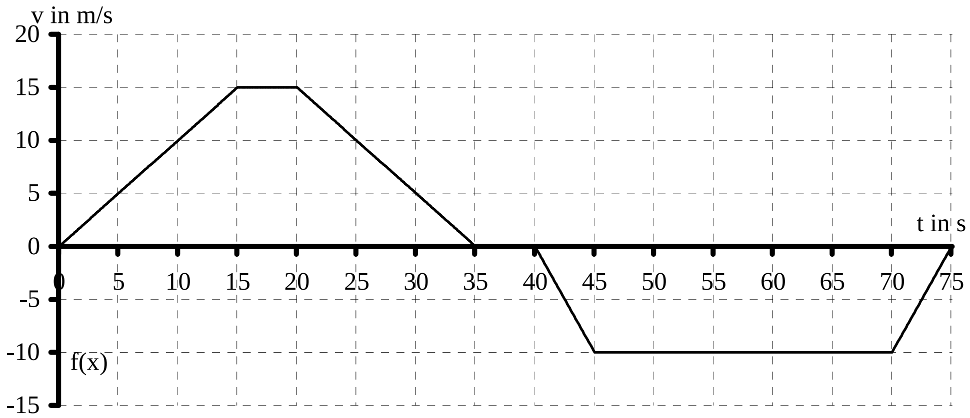
5.5. Anwendungsaufgaben aus der Physik

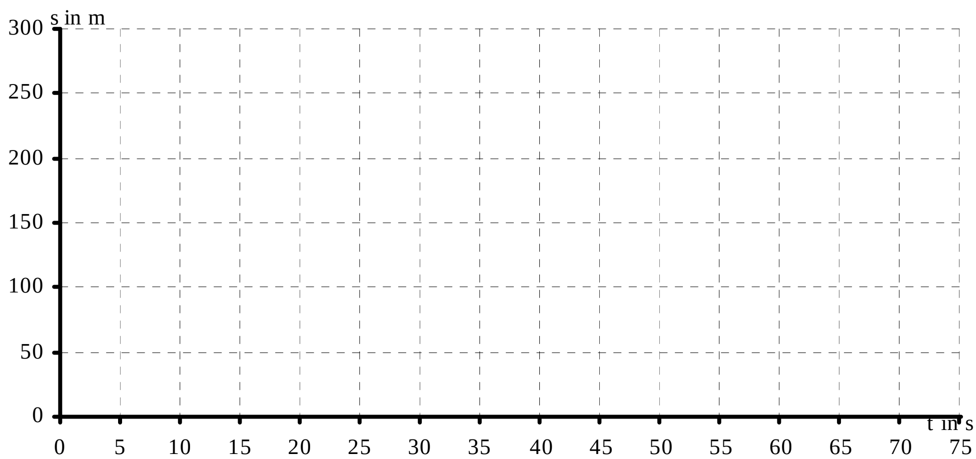
Aufgabe 1: Kinematik
Skizzieren Sie die Geschwindigkeits-Zeit- und Weg-Zeit Diagramme im Bereich $0 < t < 10$ s und stellen Sie die Funktionsgleichungen für v(t) und s(t) auf.

a) Ein Körper bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 2 m/s.
b) Ein Körper wird mit 1 m/s^2 aus der Ruhelage im Ursprung beschleunigt.
c) Ein Körper bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 2 m/s bis zum Ursprung und beschleunigt dann mit 1 m/s^2.
d) Ein Körper bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 2 m/s bis zum Ursprung und verzögert dann mit −1 m/s^2. bis zum Stillstand.
e) Ein Körper bewegt sich mit einer konstanten Geschwindigkeit von 2 m/s bis zur Stelle s_0 = 3 m und verzögert dann mit −1 m/s^2. bis zum Stillstand.
f) Ein Körper bewegt sich mit wechselnden Geschwindigkeiten v(t) und passiert bei t = 0 die Stelle s_0. Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen s(t) und v(t) mit Hilfe der Begriffe Stammfunktion, Flächeninhaltsfunktion, Ableitung und Änderungsrate.

Aufgabe 2: Fahrtenschreiber
In den Meßzügen der Bahn werden Fahrtenschreiber verwendet, die im Gegensatz zum LKW-Fahrtenschreiber auch die Fahrtrichtung aufzeichnen:

a) Geben Sie die Geschwindigkeits-Zeit-Funktion in sieben Abschnitten an.
b) Ermitteln Sie anhand der Dreiecksflächen, wie weit sich der Meßwagen vom Startpunkt entfernt und ob er wieder zum Startpunkt zurückkehrt.
c) Geben Sie die dazugehörige Weg-Zeit-Funktion ebenfalls in sieben Abschnitten an.
d) Tragen Sie s(t) in das Schaubild ein





Aufgabe 3: Bremsvorgang

Zwei 5 m lange Fahrzeuge A und B fahren im Abstand von 6 m mit der gleichen Geschwindigkeit von 108 km/h auf der Bundsstraße. Plötzlich springt 120 m vor dem vorderen Fahrzeug B ein Reh auf die Straße. Nach einer Reaktionszeit von 1 s bremst Fahrer B mit $-6\ m/s^2$. Fahrer A sieht das Reh nicht, bemerkt aber die Bremslichter seines Vordermannes und bremst nach einer Reaktionszeit von 0,6 s mit $-8\ m/s^2$.

a) Zeichnen Sie die Geschwindigkeits-Zeit-Funktionen $v_A(t)$ und $v_B(t)$ in ein gemeinsames Diagramm und geben Sie ihre Funktionsgleichungen in vier Abschnitten an.

b) Zeichnen Sie die Weg-Zeit-Funktionen $s_A(t)$ und $s_B(t)$ in ein gemeinsames Diagramm und geben Sie ihre Funktionsgleichungen in vier Abschnitten an.

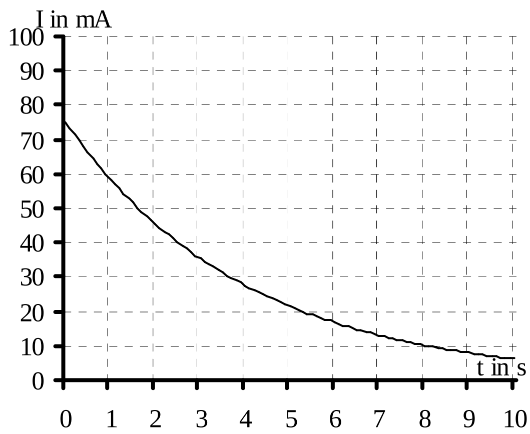
c) Das Reh bleibt auf der Straße stehen und starrt geblendet in die heranschießenden Scheinwerferkegel. Überlebt es und wenn ja, in welcher Entfernung vom Reh kommt Fahrzeug A zum Stillstand?

d) Gibt es einen Auffahrunfall und wenn nicht, in welcher Entfernung von A kommt Fahrzeug B zum Stillstand?

e) Wann und wo ist der Abstand zwischen A und B minimal?

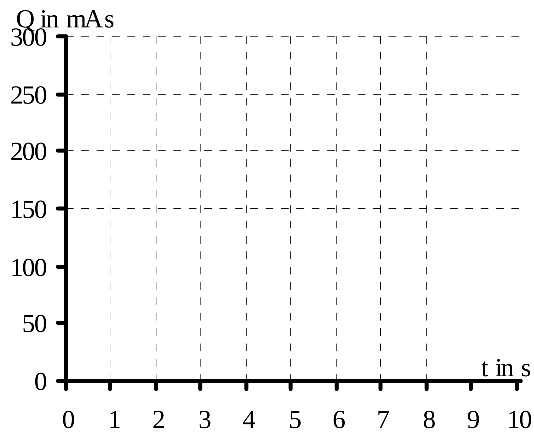
Aufgabe 4: Laden eines Kondensators

Beim Laden eines Akkus oder eines Kondensators mit konstanter Ladespannung nimmt der Ladestrom I(t) **exponentiell** ab, da die bereits vorhandene Ladung eine Gegenspannung erzeugt. Gegeben sei die folgenden Strom-Zeit-Kurve:



a) Geben Sie unter der Annahme einer exponentiellen Abnahme mit Hilfe zweier Werte eine passende Funktionsgleichung für I(t) an.

b) Geben Sie die Funktionsgleichung für die Ladungs-Zeit-Kurve Q(t) an und skizzieren Sie ihr Schaubild für $0 < t < 10$ s. Hinweis: $I(t) = Q'(t)$.



c) Bestimmen Sie $\lim\limits_{t\to\infty} Q(t)$. Wie nennt man das Wachstum gegen einen solchen Grenzwert und wie heißt dann dieser Grenzwert ?

Aufgabe 5: Hubarbeit im Vakuum

Ein Körper mit der Masse m = 2 kg soll um h = 1,5 m angehoben werden. Auf ihn wirkt auf dem Erdboden die (näherungsweise) konstante Gravitationskraft $F_g = mg$ mit der Schwerebeschleunigung $g = 10\ m/s^2$.

a) Wie berechnet sich die mechanische Arbeit W(s), die man benötigt, um einen Körper gegen die konstante Kraft F um die Wegstrecke s zu bewegen?

b) Tragen Sie die Gravitationskraft F(s) und die Hubarbeit W(s) über die Wegstrecke s in zwei Schaubilder ein.

c) Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen F(s) und W(s) mit Hilfe der Begriffe Stammfunktion, Flächeninhaltsfunktion, Ableitung und Änderungsrate.

Aufgabe 6: Spannarbeit an einer Feder

Eine Feder soll um s = 3 cm gedehnt werden. Die Rückstellkraft F(s) ist nach dem Hook'schen Gesetz proportional zur Dehnung s: $F(s) = D \cdot s$ mit der Federkonstanten D = 10 N/cm.

a) Tragen Sie die Rückstellkraft F(s) und die Spannarbeit W(s) über die Wegstrecke s in zwei Schaubilder ein.
b) Stellen Sie die Formel für die Berechnung der Spannarbeit W(s) in Abhängigkeit von der Dehnung s auf.
c) Beschreiben Sie den Zusammenhang zwischen F(s) und W(s) mit Hilfe der Begriffe Stammfunktion, Flächeninhaltsfunktion, Ableitung und Änderungsrate.

Aufgabe 7: Hubarbeit im Wasser

Ein Betonwürfel (ρ = 2,5 g/cm^3) mit der Kantenlänge 1 m steht auf dem Boden eines Kanale mit 2 m Wassertiefe. Er soll um insgesamt 4 m angehoben und ans Ufer gesetzt werden. Die **Schwerebeschleunigung** ist g = 10 m/s^2 und die **Dichte des Wassers** ρ = 1 g/cm^3.

a) Was versteht man unter dem **Prinzip von Archimedes**?
b) Tragen Sie die erforderliche Hubkraft F(s) in kN über die Hubstrecke s in m auf.
c) Geben Sie die Funktionsgleichungen für F(s) in drei Abschnitten [0m; 1m], [1m; 2m] und [2m; 4m] an.
d) Tragen Sie die erforderliche Hubarbeit W(s) in kNm über die Hubstrecke s in m auf.
e) Geben Sie die Funktionsgleichungen für W(s) in drei Abschnitten [0m; 1m], [1m; 2m] und [2m; 4m] an.

Aufgabe 8: Hubarbeit gegen abnehmende Gravitationskraft

Ein Satellit mit der Masse m = 1000 kg soll von der Erdoberfläche s_1 = 6300 km auf die geostationäre Umlaufbahn in einer Entfernung von s_2 = 35 800 km geschossen werden. Auf einen Körper der Masse m in der Entfernung s vom Erdmittelpunkt wirkt die Gravitationskraft $F_g(s) = \gamma \frac{m \cdot M}{s^2}$ mit der Gravitationskonstante γ = $6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg \cdot s^2}$ und der Erdmasse $M = 5{,}97 \cdot 10^{24}$kg

a) Geben Sie die Funktionsgleichung für F(s) an.
b) Geben Sie die Funktionsgleichung für die Hubarbeit W(s) an.
c) Berechnen Sie W(35 800 km) und $\lim\limits_{s \to \infty} W(s)$. Welche praktische Bedeutung hat das zweite Ergebnis?

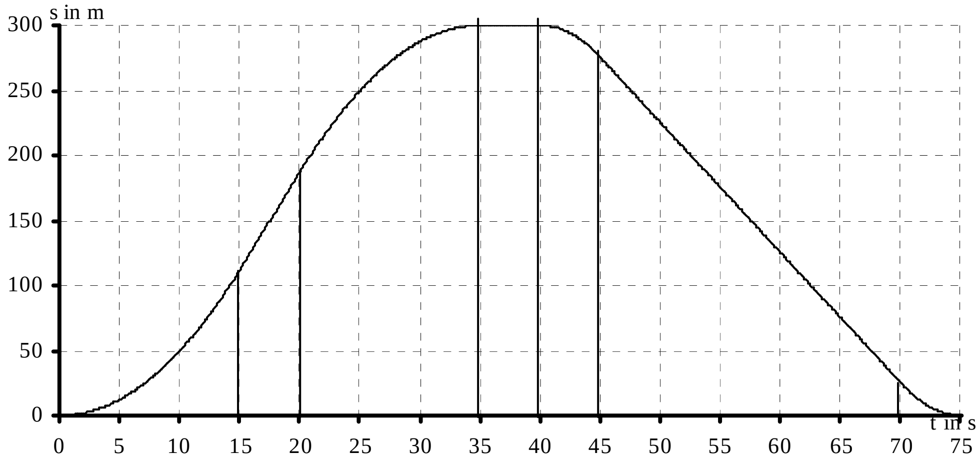
5.5. Lösungen zu den Anwendungsaufgaben aus der Physik

Aufgabe 1: Kinematik

Teil	v(t) in m/s für t in s	s(t) in m für t in s
a)	2	$2\cdot t$
b)	t	$0{,}5\cdot t^2$
c)	t + 2	$0{,}5\cdot t^2 + t$
d)	$-t + 2$ für $0 < t < 2$	$-0{,}5t^2 + 2t$ für $0 < t < 2s$
e)	$-t + 2$ für $0 < t < 2s$	$-0{,}5t^2 + 2t + 3$ für $0 < t < 2s$
f)	$v(t) = s'(t)$	$s(t) = \int_0^t v(\tau)d\tau + s_0$

Aufgabe 2: Fahrtenschreiber

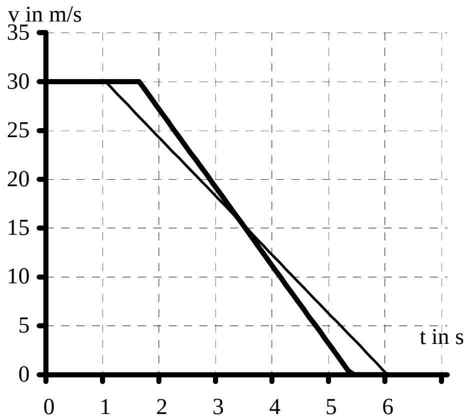
Zeitabschnitt in s	v(t) in m/s für t in s	s(t) in m für t in s
[0; 15]	t	$\int_0^t v(\tau)d\tau = 0{,}5t^2$; $s(15) = 112{,}5$
[15; 20]	15	$\int_0^{15} v(\tau)d\tau + \int_{15}^t v(\tau)d\tau = 15t - 112{,}5$; $s(20) = 187{,}5$
[20; 35]	$-t + 35$	$\int_0^{20} v(\tau)d\tau + \int_{20}^t v(\tau)d\tau = -0{,}5t^2 + 35t - 312{,}5$; $s(35) = 300$
[35; 40]	0	$\int_0^{35} v(\tau)d\tau + \int_{35}^t v(\tau)d\tau = 300$; $s(40) = 300$
[40; 45]	$-2t + 80$	$\int_0^{40} v(\tau)d\tau + \int_{40}^t v(\tau)d\tau = -t^2 + 80t - 1300$; $s(45) = 275$
[45; 70]	-10	$\int_0^{45} v(\tau)d\tau + \int_{45}^t v(\tau)d\tau = -10t + 725$; $s(70) = 25$
[70; 75]	$2t - 150$	$\int_0^{70} v(\tau)d\tau + \int_{70}^t v(\tau)d\tau = t^2 - 150t + 5625$; $s(75) = 0$

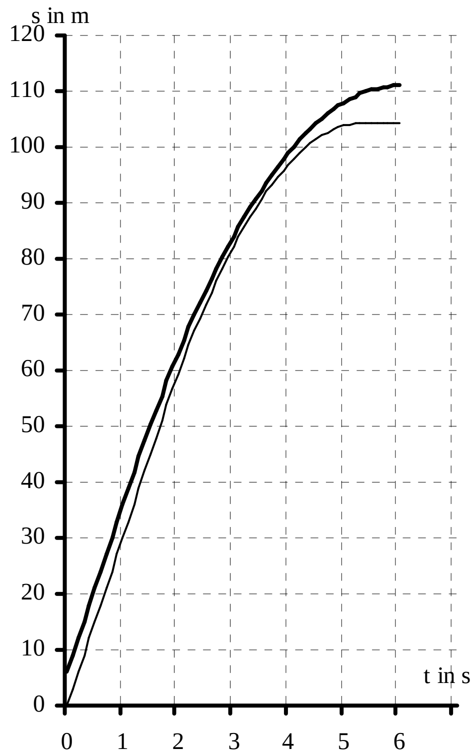


Aufgabe 3: Bremsvorgang

a), b)

Zeit in s	$v_A(t)$ in m/s	$v_B(t)$ in m/s	$s_A(t)$ in m	$s_B(t)$ in m
[0; 1]	30	30	$30\cdot t + 6$; $s_A(1) = 36$	$30\cdot t$; $s_B(1) = 30$
[1; 1,6]	$-6t + 36$	30	$-3t^2 + 36t + 3$; $s_A(1{,}6) = 52{,}9$	$30\cdot t$; $s_B(1{,}6) = 48$
[1,6; 5,35]	$-6t + 36$	$-8t + 42{,}8$	$-3t^2 + 36t + 3$; $s_A(5{,}35) = 109{,}7$	$-4t^2 + 42{,}8t - 10{,}24$; $s_B(5{,}35) = 104{,}25$
[5,35; 6]	$-6t + 36$	0	$-3t^2 + 36t + 3$; $s_A(6) = 111$	104,25
[7,67; ∞[	0	0	111	104,25

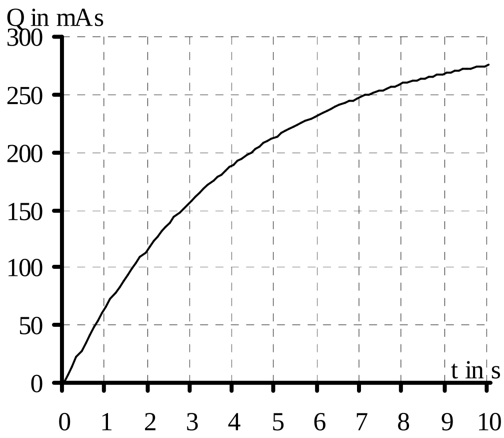




c) Fahrzeug A kommt 120 − (111 + 5) = 4 m vor dem Reh zum Stehen.
d) Fahrzeug B kommt 111 − 102,81 = 7,19 m hinter Fahrzeug A zum Stehen
e) $v_A(t) = v_B(t)$ bei t = 3,4 s mit $s_A(3{,}4s) - s_B(3{,}4s) = 90{,}72 - 89{,}04 = 1{,}68$ m

Aufgabe 4: Laden eines Kondensators

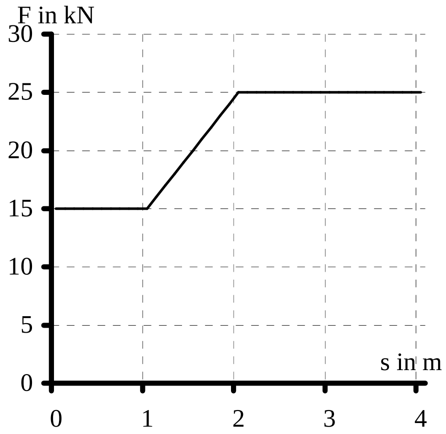
a) $I(t) = 75 \cdot e^{-0{,}25t}$ mA mit t in s
b) $Q(t) = \int_0^t I(\tau)d\tau = 300\,(1 - e^{-0{,}25t})$ mAs mit t in s
c) $\lim\limits_{t\to\infty} Q(t) = 300$ mAs (beschränktes Wachstum mit Schranke S = 300 mAs)

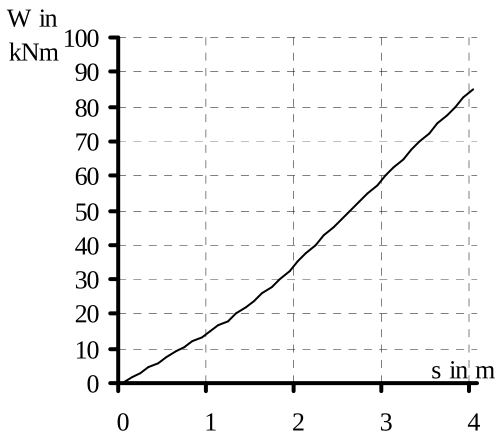


Aufgabe 5: Hubarbeit im Vakuum
a) Bei konstanter Kraft gilt Arbeit = Kraft·Weg bzw. W = F·s
b) F(s) = mg = 20 N und W(s) = 20 N·s
c) W'(s) = F(s): W(s) ist die Flächeninhaltsfunktion von F(s) und F(s) ist die **auf den Weg bezogene** Änderungsrate von W(s)

Aufgabe 6: Spannarbeit an einer Feder
a) Ursprungsgerade und Parabel
b) $F(s) = D\cdot s = 10$ N/cm·s und $W(s) = \frac{1}{2}Ds^2 = 5$ N/cm·s^2.
c) W'(s) = F(s): W(s) ist die Flächeninhaltsfunktion von F(s) und F(s) ist die **auf den Weg bezogene** Änderungsrate von W(s)

Aufgabe 7: Hubarbeit im Wasser





Abschnitt	F(s) in kN	W(s) in kNm
[0m; 1m]	15	15s; W(1) = 15
[1m; 2m]	10s + 5	$5s^2$ + 5s + 5; W(2) = 35
[2m; 4m]	25	25s − 15; W(4) = 85

⇒ Gesamtarbeit W(4m) = 85 kNm

Aufgabe 8: Hubarbeit gegen abnehmende Gravitationskraft

a) $F(s) = \dfrac{3,98 \cdot 10^{17}\,\mathrm{m}^2}{s^2}$

b) $W(s) = \int_{s_1}^{s} F(s)ds = 6,32 \cdot 10^{11}\ \mathrm{Nm} - \dfrac{3,98 \cdot 10^{17}\,\mathrm{m}^2}{s}$

c) $W(35\,800\ \mathrm{km}) = 5,21 \cdot 10^{11}\ \mathrm{Nm}$ und $\lim\limits_{s\to\infty} W(s). = 6,32 \cdot 10^{11}\ \mathrm{Nm}$ (Fluchtarbeit)