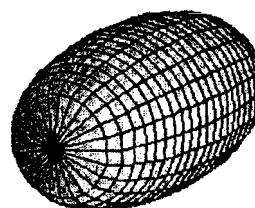
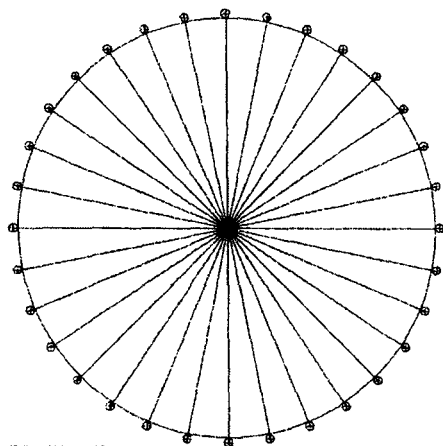


5.5. Abituraufgaben zu trigonometrischen Funktionen

Kurvenuntersuchung, Kreisteile, Rotationskörper (18)

Das größte Riesenrad Europas ist das "London Eye". Es hat 32 geschlossene, rundum verglaste Kabinen mit Platz für jeweils 25 Personen. Das Riesenrad dreht sich mit konstanter Geschwindigkeit so langsam, dass die Fahrgäste unten einfach ein- und aussteigen können. Eine Fahrt dauert 30 Minuten. Im Folgenden außer bei Aufgabenteil c) soll mit Kabine immer der Kabinenmittelpunkt gemeint sein. Der Abstand zweier gegenüberliegender Kabinen beträgt 126 m.



- a) Die Höhe einer Kabine über dem Erdboden während einer Fahrt wird durch die Funktion f mit $f(t) = 64,75 + 63 \cdot \sin\left[\frac{\pi}{15}(t - 7,5)\right]$ und $t \in [0; 30]$ beschrieben, (t in min, $f(t)$ in m).

Wie hoch befindet sich die Kabine zu Beginn dieser Fahrt? Skizzieren Sie ein Schaubild von f .

An einem klaren Tag kann man ab einer Höhe von 100 m über dem Erdboden ganz London mit allen seinen Vorstädten überblicken. Wie lange ist dies während dieser Fahrt möglich? (6 VP)

- b) Wie groß ist die Geschwindigkeit einer Kabine in m/s?

Ein Fahrgast erkennt beim Einsteigen einen Bekannten 5 Kabinen weiter. Unter welchem Winkel gegen die Horizontale ist dessen Kabine von seiner Kabine aus zu sehen?

Wie weit sind die beiden Kabinen voneinander entfernt?

Wie viele Minuten vor ihm kommt sein Bekannter unten an? (6 VP)

- c) Eine Kabine ist 7 m lang und 3,5 m hoch und hat die Form eines Rotationskörpers. Ein solcher Rotationskörper entsteht, wenn das Schaubild von g mit $g(x) = d \cdot \sqrt[4]{\cos(cx)}$ zwischen zwei benachbarten Nullstellen um die x -Achse rotiert.

Bestimmen Sie c und d .

Zeigen Sie, dass die Atemluft in der Kabine für eine voll besetzte Fahrt ausreicht, wenn eine Person 2m^3 saubere Atemluft pro Stunde braucht. (6 VP)

Lösung

- a) Da der Radius des Riesenrades 63 m beträgt, befindet sich die unterste Kabine $64,75 - 63 = 1,75$ m über dem Boden. (2)

Skizze mit korrekten Achsenbeschriftungen. (2)

$f(t) \geq 100$ für $10,33 \leq t \leq 19,66$ (GTR \Rightarrow Der Blick ist 9,33 Minuten = 9'20'' lang möglich) (2)

- b) Die Kabinen haben die Geschwindigkeit $v = \frac{2\pi \cdot 63 \text{ m}}{30 \text{ min}} \approx 13,1 \text{ m/min} \approx 1,03 \text{ m/s}$. (1)

Der Winkel zwischen 6 Kabinen ist $360^\circ \cdot \frac{6}{32} = 56,25^\circ$. (1)

Die beiden Kabinen bilden mit dem Mittelpunkt ein gleichschenkliges Dreieck mit Basiswinkel $\frac{1}{2}(180^\circ - 56,25^\circ) = 61,875^\circ$. Der Neigungswinkel zur Horizontalen ist also $90^\circ - 61,875^\circ = 28,125^\circ$. (1)

Die Länge der Basis = Entfernung der beiden Kabinen ist $2 \cdot 63 \text{ m} \cdot \cos(61,875^\circ) \approx 59,4 \text{ m}$. (2)

Der Bekannte kommt 30 Minuten $\cdot \frac{56,25}{360} \approx 4,7$ Minuten vor ihm an. (1)

- c) Wegen Periode $p = 14$ und Amplitude $A = 3,5$ m ergibt sich $g(x) = 3,5 \text{ m} \cdot \sqrt[4]{\cos\left(\frac{\pi}{7}x\right)}$ (2)

Das Volumen der Kabine ist $V = \pi \int_{-3,5}^{3,5} (g(x))^2 dx \approx 51,37 \text{ m}^3$ (2)

Die 25 Personen benötigen in einer halben Stunde 25 m^3 Luft und sind daher ausreichend versorgt. (2)