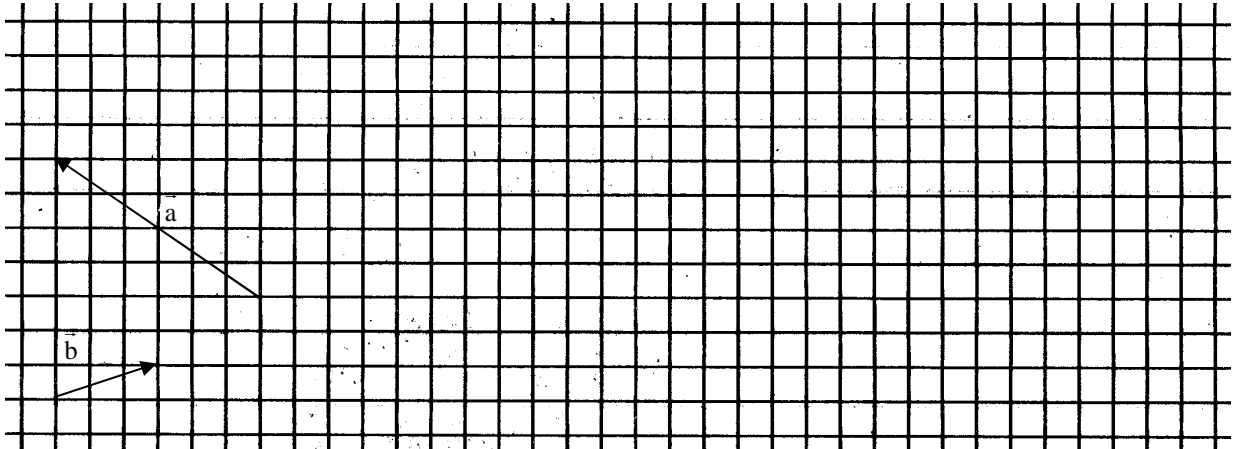


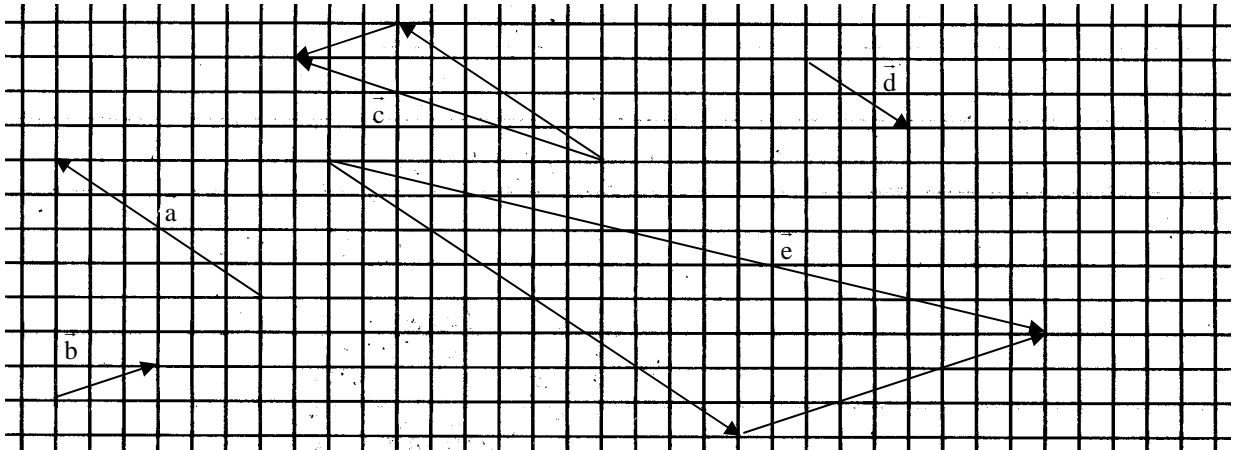
7.1. Prüfungsaufgaben zu Vektoren

Aufgabe 1: Vektoren im Anschauungsraum (4)

Zeichne neben die gegebenen Vektoren \vec{a} und \vec{b} die Vektoren $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$, $\vec{d} = -0,5 \vec{a}$ und $\vec{e} = -2\vec{a} + 3\vec{b}$:

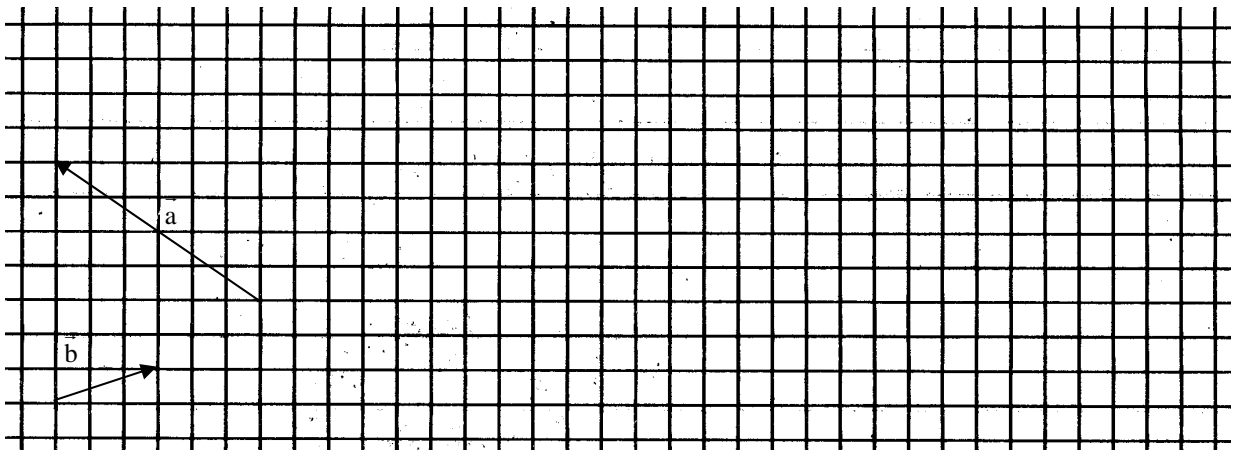


Lösung

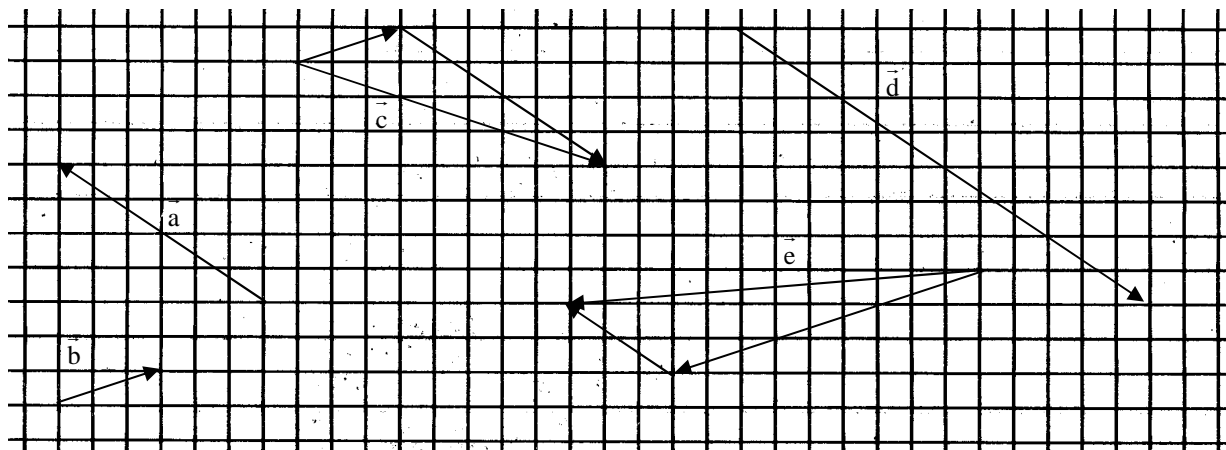


Aufgabe 2: Vektoren im Anschauungsraum (4)

Zeichne neben die gegebenen Vektoren \vec{a} und \vec{b} die Vektoren $\vec{c} = \vec{b} - \vec{a}$, $\vec{d} = -2 \vec{a}$ und $\vec{e} = 0,5 \vec{a} - 3 \vec{b}$:



Lösung



Aufgabe 3: Vektoren (4)

- Gegeben sind die Punkte $A(1|0|-1)$, $B(1|1|-2)$ und $C(0|2|-2)$. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes D , so dass das Viereck $ABCD$ ein Parallelogramm ist. (2)
- Geben Sie die Koordinaten der Punkte A' , B' , C' und D' an, die durch Spiegelung von $ABCD$ an der x_1 - x_3 -Ebene entstehen. (2)

Lösung

- $D(0|3|-3)$ oder $D(2|-1|-1)$ oder $D(0|1|-1)$ (2)
- $A'(1|0|-1)$, $B'(1|-1|-2)$, $C'(0|-2|-2)$ und $D'(0|-3|-3)$ oder $D'(2|1|-1)$ oder $D'(0|-1|-1)$ (2)

Aufgabe 4: Vektoren (4)

- Gegeben sind die Punkte $A(2|0|-2)$, $B(2|2|-4)$ und $C(0|4|-4)$. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes D , so dass das Viereck $ABCD$ ein Parallelogramm ist. (2)
- Geben Sie die Koordinaten der Punkte A' , B' , C' und D' an, die durch Spiegelung von $ABCD$ an der x_1 - x_2 -Ebene entstehen. (2)

Lösung

- $D(0|6|-6)$ oder $D(4|-2|-2)$ oder $D(0|2|-2)$ (2)
- $A'(2|0|2)$, $B'(2|2|4)$, $C'(0|4|4)$ und $D'(0|6|6)$ oder $D'(4|-2|2)$ oder $D'(0|2|2)$ (2)

Aufgabe 5: Lineare Unabhängigkeit (4)

Untersuchen Sie die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ auf lineare Unabhängigkeit.

Lösung:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & -1 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -14 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{a}, \vec{b} \text{ und } \vec{c} \text{ sind linear unabhängig.} \quad (4)$$

Aufgabe 6: Lineare Unabhängigkeit (4)

Untersuchen Sie die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ auf lineare Unabhängigkeit.

Lösung:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \\ 1 & 8 & 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & -5 & -1 \\ 0 & 10 & 2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{a}, \vec{b} \text{ und } \vec{c} \text{ sind linear abhängig.} \quad (4)$$