

## 8.4. Aufgaben zur komplexen Zahlenebene

### Aufgabe 1

Stelle die folgenden Summen durch eine Vektorkette in der komplexen Zahlenebene dar:

- a)  $(2 + 3i) + (1 + 2i)$       b)  $(2 - 3i) + (3 + 5i)$   
c)  $(1 + 2i) + (2 + i) + (1 - 1)$       d)  $(1 + 2i) - (2 + i) - (1 + i)$

### Aufgabe 2

Zeichne die Dreiecke mit den Ecken  $z_1$ ,  $z_2$  und  $z_3$  in die komplexe Zahlenebene und berechne die Längen ihrer Seiten:

- a)  $z_1 = 0$ ;  $z_2 = 3i$  und  $z_3 = 4$   
b)  $z_1 = 1 + i$ ;  $z_2 = 3 - i$  und  $z_3 = 2 + 5i$   
c)  $z_1 = 3 + 4i$ ;  $z_2 = -2 - i$  und  $z_3 = 2 - i$

### Aufgabe 3

Veranschauliche die Dreiecksungleichung  $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$  durch eine Zeichnung. In welchen Fällen gilt Gleichheit?

### Aufgabe 4

Stelle die folgenden Zahlen in Polarform dar:

- a) 1      b)  $-1$       c)  $i$       d)  $1 + i$       e)  $1 - i$   
f)  $3 + \sqrt{3}i$       g)  $\sqrt{3} - i$       h)  $-1 - \sqrt{3}i$       i)  $0,6 - 0,8i$       k)  $-7 - 3i$

### Aufgabe 5

Stelle die folgenden Zahlen in kartesischer Form dar:

- a)  $\sqrt{2} \cdot \text{cis}\left(\frac{\pi}{4}\right)$       b)  $\sqrt{2} \cdot \text{cis}\left(\frac{7\pi}{4}\right)$       c)  $\sqrt{3} \cdot \text{cis}\left(\frac{4\pi}{3}\right)$       d)  $\sqrt{3} \cdot \text{cis}\left(\frac{2\pi}{3}\right)$   
e)  $2 \cdot \text{cis}\left(\frac{3\pi}{4}\right)$       f)  $2 \cdot \text{cis}\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$       g)  $3 \cdot \text{cis}(70^\circ)$       h)  $3 \cdot \text{cis}(290^\circ)$

### Aufgabe 6

Berechne das Produkt  $z_1 \cdot z_2$  jeweils in kartesischer und in Polarform.

- a)  $z_1 = \sqrt{3} - i$  und  $z_2 = 1 + \sqrt{3}i$   
b)  $z_1 = \frac{1}{2}\sqrt{2}(1 + i)$  und  $z_2 = \frac{1}{2}\sqrt{2}(1 - i)$   
c)  $z_1 = 1 + 2i$  und  $z_2 = 3 - 4i$

### Aufgabe 7

Berechne den Quotienten  $\frac{z_1}{z_2}$  für die Zahlen  $z_1$  und  $z_2$  aus Aufgabe 6 jeweils in kartesischer und in Polarform.

### Aufgabe 8

Berechne die folgenden Wurzeln. Gib jeweils beide Ergebnisse in kartesischer und Polarform an.

- a)  $\sqrt{4i}$       b)  $\sqrt{-4i}$       c)  $\sqrt{-4}$       d)  $\sqrt{-1 + \sqrt{3}i}$       e)  $\sqrt{2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i}$       f)  $\sqrt{-2 - 5i}$

### Aufgabe 9

Gib die Lösungsmengen der folgenden quadratischen Gleichungen auf der Grundmenge  $\mathbb{C}$  an:

- a)  $z^2 + 2z + i = 0$   
b)  $z^2 - (1 - i)z + 1 - 2i = 0$   
c)  $z^2 + (2 + 2i)z + 4 - 2i = 0$

