9.3.3. Funktionsanpassung mit Logarithmenpapier

Die Komplexität lässt sich u.a. dadurch zum Ausdruck bringen, wie gut sich die fraktale Kurve durch einfache Funktionen annähern lässt. Wir wiederholen diese Funktionsanpassung zunächst an drei klassischen Beispielen.

Beispiel A:
Ein Radfahrer hat die folgenden Entfernungen y in m nach jeweils x Sekunden zurückgelegt:

Zeit x in s	6	10	15	25	31
Weg y in m	65	108	163	271	336

Beispiel B:
Die Weltbevölkerung y in Einheiten von Zehnmillionen ist in den Jahrzehnten x nach 1650 wie folgt gewachsen:

Zeit x in Dekaden	5	10	15	25	30
Bevölkerung y in 10 Millionen	63	71	91	160	250

Beispiel C:
Ein Fallschirmspringer hat x Sekunden nach dem Absprung y Höhenmeter zurückgelegt::

Zeit x in s	10	15	20	25	30
Weg y in m	48	108,6	193,5	301,8	434,7

a) Zeichne die jeweils 5 Meßpunkte $(x|y)$ jeweils in das lineare, halblogarithmische und doppeltlogarithmische Koordinatensystem auf den folgenden Blättern ein.

Mit Hilfe von halb- und doppeltlogarithmischen Koordinatensystemen lässt sich erkennen, ob ein Wachstum exponentiell oder potentiell (quadratisch, kubisch, u.s.w.) verläuft:

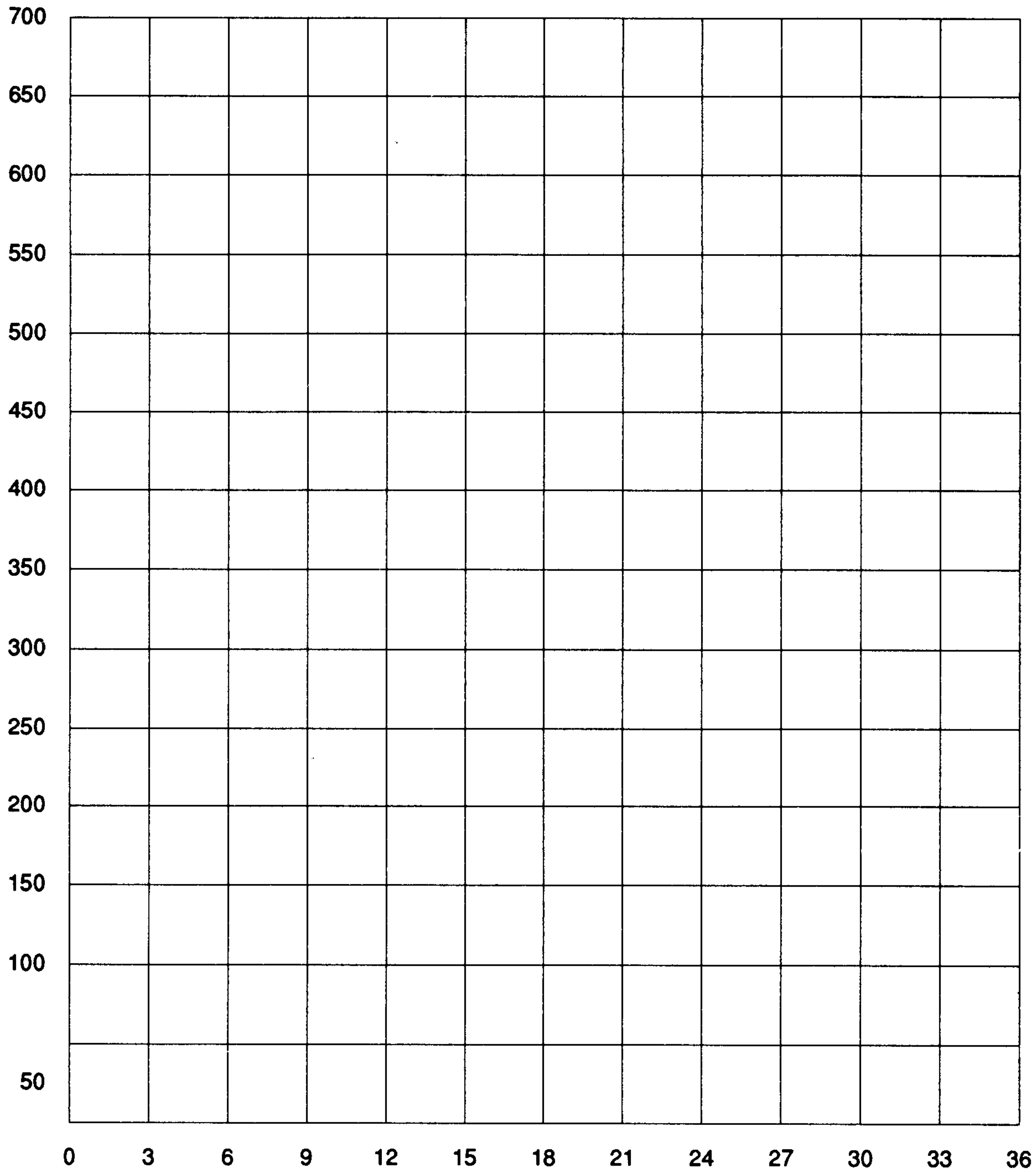
In dem **halblogarithmischen** Koordinatensystemen sind auf der y-Achse anstelle der y-Werte die Logarithmen **zur Basis 10** $\log_{10} y = \log y$ aufgetragen. Trägt man wie gewohnt den Punkt $(x|y)$ ein, so erhält man durch die Verzerrung der y-Achse in Wirklichkeit den Punkt $(x|\ \log y)$. Eine Gerade mit den Punkten $(x|y) = (x|mx + b)$ wird dann zu einer Kurve $(x|\log y) = (x|\log (mx + b)$. Eine **exponentielle Kurve** $(x|y) = (x|k\cdot a^x)$ wird aber umgekehrt zu einer Geraden $(x|\log y) = (x|\log (k\cdot a^x) = (x|x\cdot\log a + \log k)$ mit der **Steigung log a** und **y-Achsenabschnitt log k.**

In dem **doppeltlogarithmischen** Koordinatensystemen sind beide Achsen **zur Basis 10** logarithmiert. Trägt man wie den Punkt $(x|y)$ ein, so erhält man Punkt $(\log x|\ \log y)$. Eine Gerade mit den Punkten $(x|y) = (x|mx + b)$ wird dann zu einer Kurve $(\log x|\log y) = (\log x|\log (mx + b)$. Eine **potentielle Kurve** $(x|y) = (x|k\cdot x^n)$ wird dann zu einer Geraden $(\log x|\log y) = (\log x|\log (k\cdot x^n) = (\log x|n\cdot\log x + \log k)$ mit der **Steigung n** und **y-Achsenabschnitt log k.**

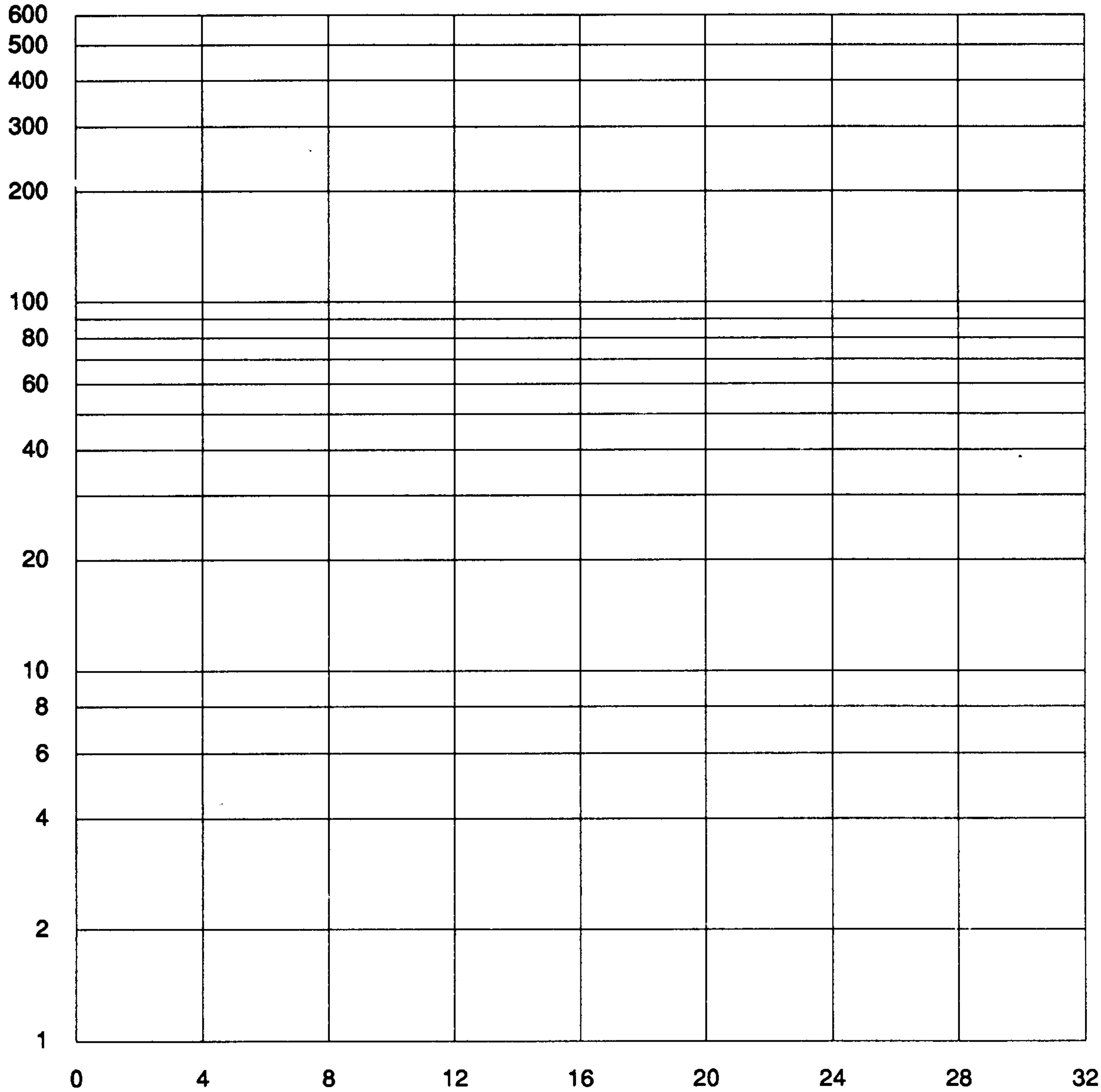
Wachstum	**Gleichung**	**ergibt Gerade in**	**Steigung**	**y-Achsenabschnitt**
linear	$y = mx + b$	linearem KS	m	b
exponentiell	$y = k\cdot a^x$	halblogarithmischem KS	log a	log k
potentiell	$y = k\cdot x^n$	doppeltlogarithmischem KS	n	log k

b) Untersuche, welches der drei Beispiele auf welchem Koordinatensystem eine Gerade ergibt. Ordne den drei Beispielen entsprechende Funktionsgleichungen zu und bestimme mit Hilfe der Steigung und des y-Achsenabschnittes die entsprechenden Parameter.

Lineares Koordinatensystem



Halblogarithmisches Koordinatensystem



Doppeltlogarithmisches Koordinatensystem