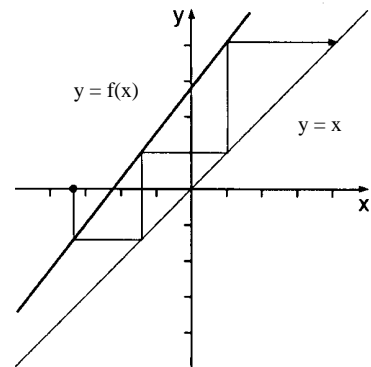


9.4. Lineare Iteration

9.4.1. Graphische Iteration

Die graphische Iteration einer Funktion besteht in der wiederholten Ausführung der beiden folgenden Schritte:

1. Gehe vom gegebenen Punkt aus senkrecht nach oben oder unten, bis du auf die Kurve $y = f(x)$ triffst.
2. Gehe von der Kurve aus waagrecht nach links oder rechts, bis du auf die 1. Winkelhalbierende $y = x$ triffst.

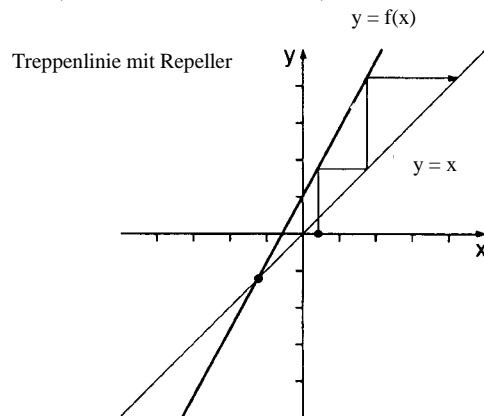
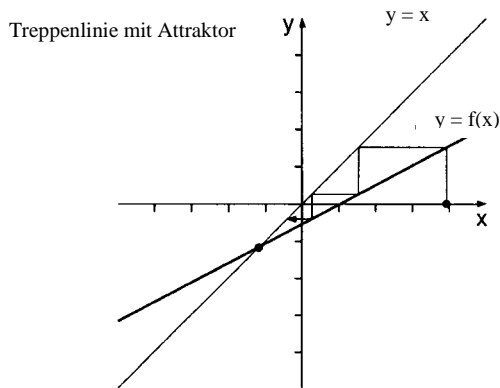


Solch eine wiederholte Ausführung der gleichen Rechnung jeweils mit dem Ergebnis der vorigen Rechnung nennt man auch **Iteration** (lat iter = Weg)

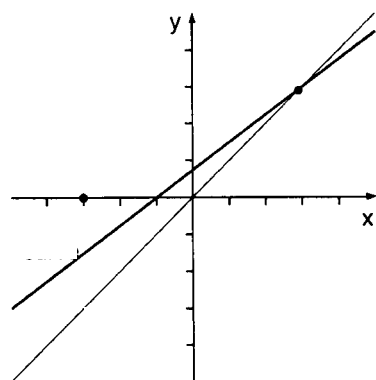
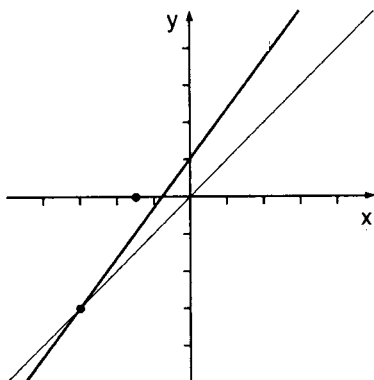
In diesem Abschnitt beschränken wir uns auf die Iteration **linearer Funktionen** $f(x) = ax + b$.

Startet man am Schnittpunkt der Kurve mit der 1. Winkelhalbierenden, so passiert nichts; diesen Punkt nennt man daher **Fixpunkte**.

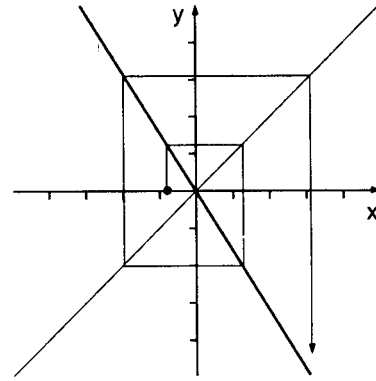
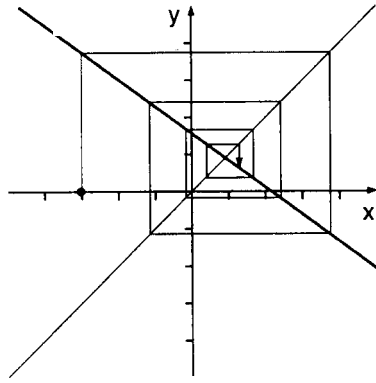
Bei manchen Geraden erhält man **Treppennlinien**, die vom Fixpunkt wegstreben (**konvergieren**). In diesem Fall wirkt der Fixpunkt als **Repeller** (lat. repellere = abstoßen). Bei anderen Geraden streben die Treppennlinien auf den Fixpunkt zu (sie **konvergieren**), er wirkt dann als **Attraktor** (lat. attrahere = anziehen):



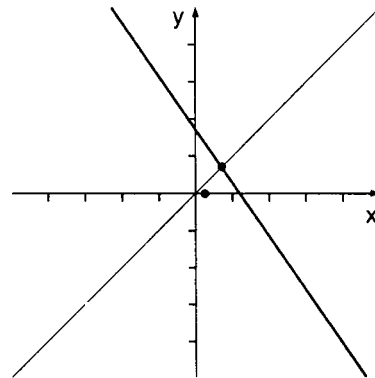
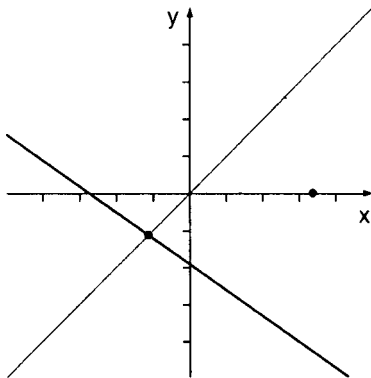
- a) Zeichne die Iterationslinie vom markierten Startpunkt auf der x-Achse aus so weit wie möglich. Beschrifte den Fixpunkt als Attraktor bzw. Repeller.



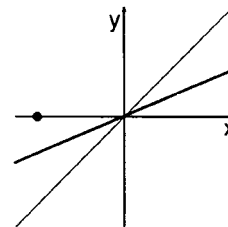
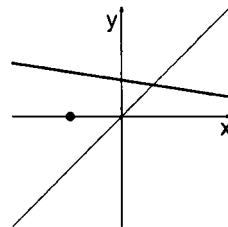
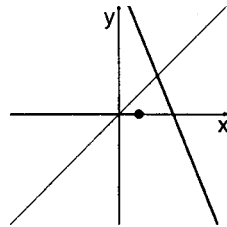
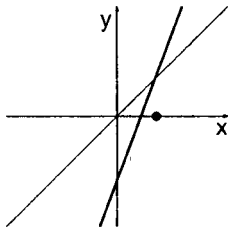
Bei anderen Geraden erhält man **Spiralen**, die zum Attraktor hin oder von Repeller weg streben:



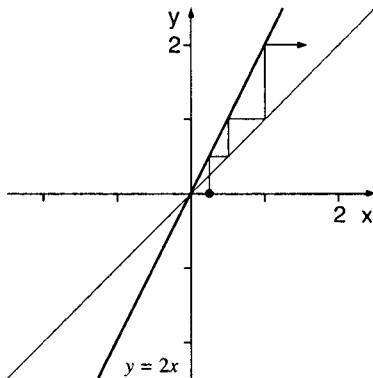
- b) Zeichne die Iterationslinie vom markierten Startpunkt auf der x-Achse aus so weit wie möglich. Beschrifte den Fixpunkt als Attraktor bzw. Repeller.



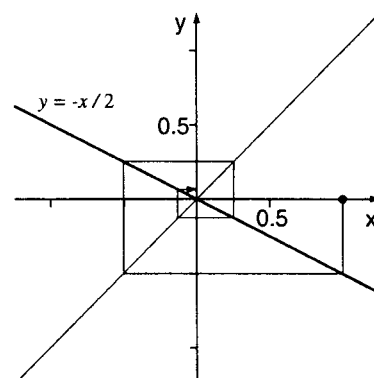
- c) Entscheide anhand der Steigung der Gerade und ohne die Iterationslinie zu zeichnen, ob man eine Spirale oder eine Treppenlinie mit Attraktor oder Repeller erhält:



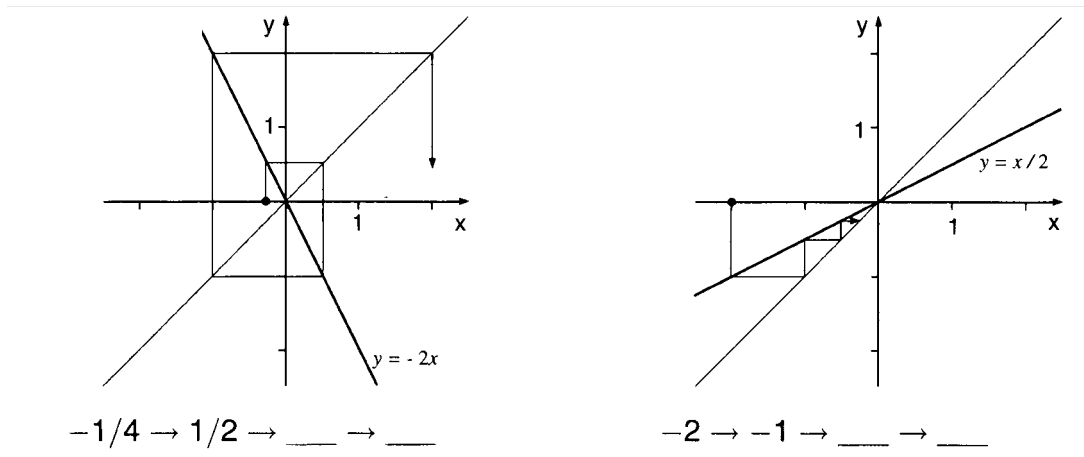
- d) Rechnerisch wird der x-Wert des Startpunktes in die Gleichung $y = f(x)$ eingesetzt, das Ergebnis $y = x$ umgenannt, wieder in die Gleichung $y = f(x)$ eingesetzt, das Ergebnis $y = x$ umgenannt, wieder in die Gleichung $y = f(x)$ eingesetzt, usw. Die x-Werte nennt man auch **Iterationswerte**. Setze die Folge der Iterationswerte fort bis zum 4. Glied:



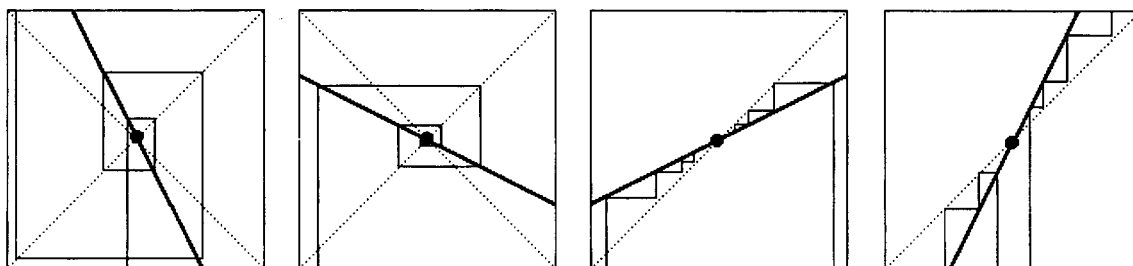
$1/4 \rightarrow 1/2 \rightarrow \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}$



$1 \rightarrow -1/2 \rightarrow \underline{\quad} \rightarrow \underline{\quad}$



- e) Welchen Einfluss hat die **Lage des Startpunktes** auf das Verhalten der Iteration?
- f) Beschreibe den Einfluss der **Steigung** der Geraden auf das Verhalten der Iteration anhand der folgenden vier Fälle.
- Setze in der 1. Zeile den Steigungsbereich ein, z.B. $0 < a < 1$.
 - Beschreibe in der 2. Zeile die Form der Iterationslinie mit „Treppelinie“ oder „Spirale“.
 - Beschreibe in der 3. Zeile den Charakter des Fixpunktes mit „Attraktor“ oder „Repeller“.



- g) Beschreibe, wie sich das Verhalten der Iterationslinie ändert, wenn die Steigung der Geraden langsam
- von $-1,1$ auf $-0,9$
 - von $-0,1$ auf $0,1$
 - von $0,9$ auf $1,1$
- wächst.
- h) Beschreibe die „Iterationslinie“ für die Geradensteigungen $m = -1$ und $m = 1$.
- i) Beschreibe die Iterationslinien für die folgenden **stückweise linearen** Funktionen ausgehend von den jeweils markierten Startpunkten auf der x-Achse und begründe anhand der Steigungen. Kann es **mehrere** Attraktoren geben?

