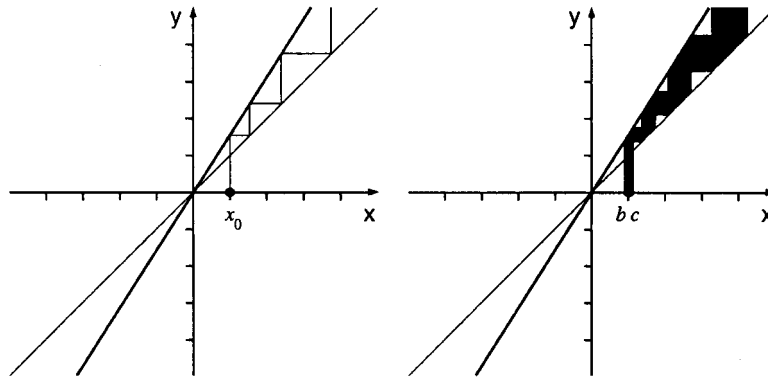


9.4.3. Fehlerfortpflanzung

Bei sich ständig wiederholenden Wachstumsprozessen sind Fehler unvermeidbar. Die Genauigkeit graphischer Iterationen ist durch das Auge, diejenige rechnerischer Iterationen durch die Stellenzahl des Taschenrechner begrenzt. Bei Wachstum und Vermehrung von Zellen führen Übertragungsfehler bei Mitose, Replikation, Translation und Transskription zu Mutationen.

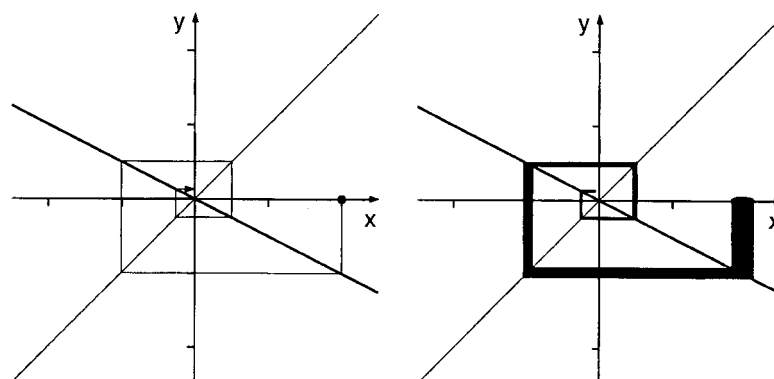
Bei der Iteration an der Funktion $f(x) = 1,5x$ ist unten das Verhalten des **Fehlerintervalls** $[b; c] = [x - \Delta x; x + \Delta x]$ bei **Divergenz** gezeigt. Mit den wachsenden Iterationswerten wächst auch der **absolute Fehler Δx** : das Fehlerintervall **expandiert**. Die Entwicklung des **relativen Fehlers** $\frac{\Delta x}{x}$ ist dagegen nicht so genau zu erkennen.



- a) Untersuche das Verhalten des Fehlerintervalls sowie der absoluten und relativen Fehler bei der Iteration von $f(x) = 2x$ mit Startwert $x_0 = 0,20$ und einem absoluten Fehler von maximal $\Delta x_0 = 0,01$. Der tatsächliche Startwert liegt also zwischen $x_0 - \Delta x_0 = 0,19$ und $x_0 + \Delta x_0 = 0,21$. Vervollständige dazu die folgende Tabelle:

$f(x) = 2x$ mit $\Delta x_0 = 0,01$	0	1	2	3	4	5	...	n
$x - \Delta x =$	0,19	0,38					...	
$x =$	0,20	0,40	0,80	1,60	3,20	6,40	...	
$x + \Delta x =$	0,21	0,42					...	
absoluter Fehler Δx							...	
relativer Fehler $\frac{\Delta x}{x}$...	

- b) Bei einer **konvergenten** Iteration nähern sich die Iterationswerte einem Attraktor. Entsprechend **komprimieren** die Fehlerintervalle und der **absolute Fehler** schrumpft. Vervollständige die folgenden Tabelle, um das Verhalten des **relativen Fehlers** zu untersuchen:



$f(x) = -\frac{1}{2}x$ mit $\Delta x_0 = 0,02$	0	1	2	3	4	5	...	n
$x - \Delta x =$	0,98	-0,51					...	
$x =$	1,00	-0,50	0,25	-0,125	0,0625	-0,03125	...	
$x + \Delta x =$	1,02	-0,49					...	
absoluter Fehler x							...	
relativer Fehler $\frac{\Delta x}{x}$...	

c) Entscheide für die folgenden Iterationen, ob das Fehlerintervall expandiert oder komprimiert. Beschreibe das Verhalten der absoluten und relativen Fehler:

