

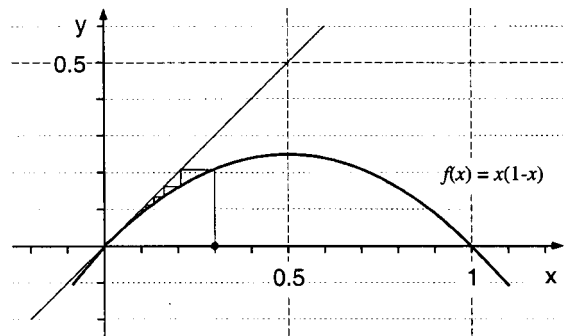
9.5. Quadratische Iteration

9.5.1. Konvergenz

Infolge der variablen Steigung erhält man beim Übergang von Geraden zu Kurven ein wesentlich komplexeres Verhalten der Iterationsfolge. Einer der wichtigsten und einfachsten Fälle ist die **Parabel** $f_a(x) = ax(1-x)$ mit dem **Streckfaktor** a . Das Verhalten ihrer Iterationsfolge steht in engem Zusammenhang zum **logistischen Wachstum** in der Natur.

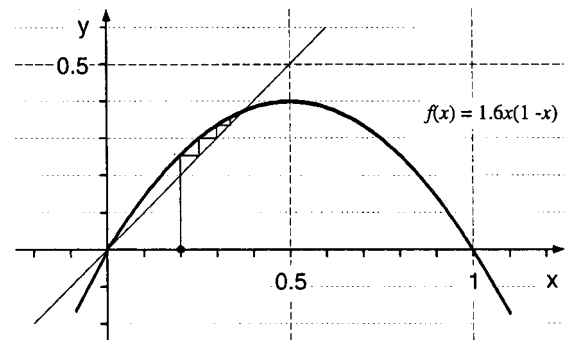
Betrachte die Funktion $f_1(x) = x(1-x)$, die die 1. Winkelhalbierende $y = x$ im Punkt $(0|0)$ berührt.

- Beschreibe das Verhalten der Iterationsfolge mit Startwert $x_0 = 0,3$ wie abgebildet
- Zeichne die Iterationskurve für den Startwert $x_0 = 0,7$ ein und vergleiche mit a).
- Konvergieren alle Iterationsfolgen mit Startwerten zwischen 0 und 1 zum Attraktor $(0|0)$?
- Wird das Fehlerintervall komprimiert oder expandiert?

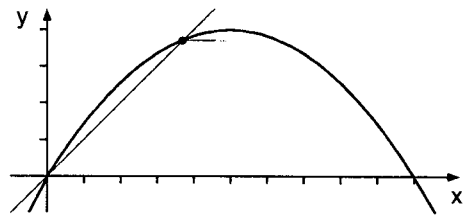


Betrachte nun die Parabel $f_{1,6}(x) = 1,6 \cdot x(1-x)$, die die 1. Winkelhalbierende an den Punkten $(0|0)$ und $(\frac{3}{8} | \frac{3}{8})$ schneidet.

- Konvergieren alle Iterationslinien mit Startwerten zwischen 0 und 1? Welcher Punkt ist der Attraktor?

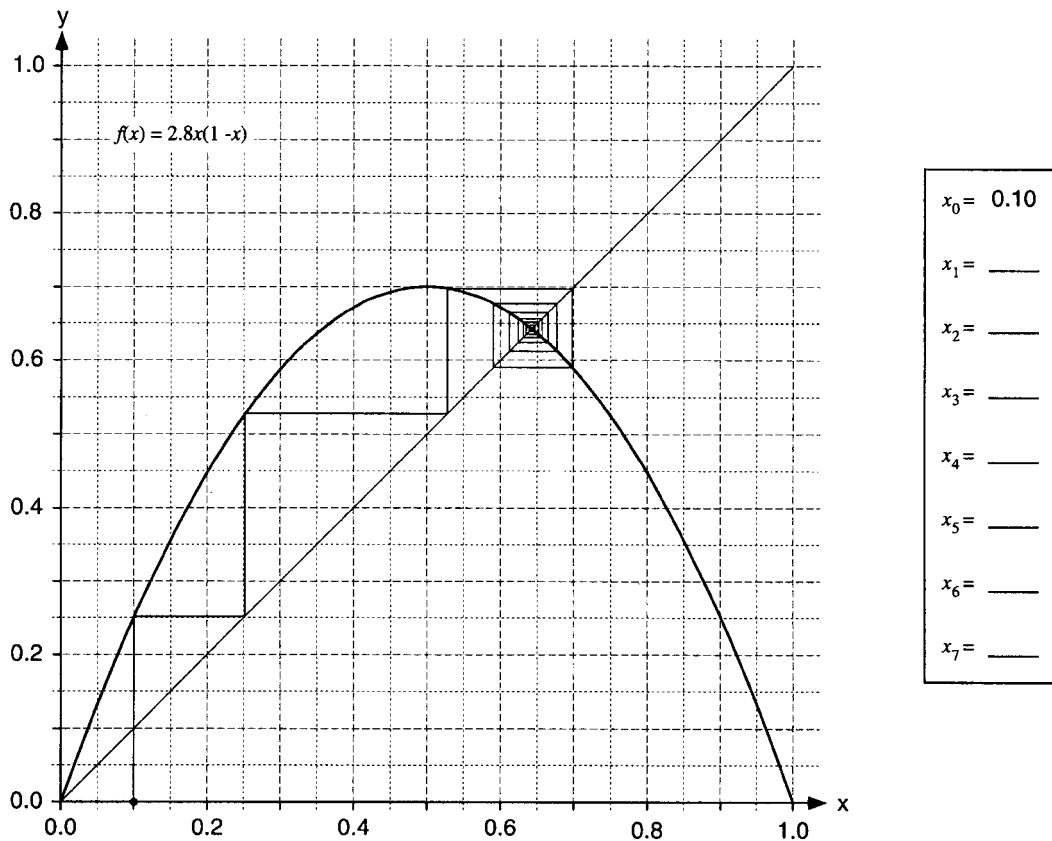


- Bestimme den Startwert x_0 , von dem aus der Attraktor $(\frac{3}{8} | \frac{3}{8})$ schon nach einem einzigen Schritt erreicht wird. Zeichne dazu eine Iterationslinie **rückwärts** ausgehend vom Attraktor.

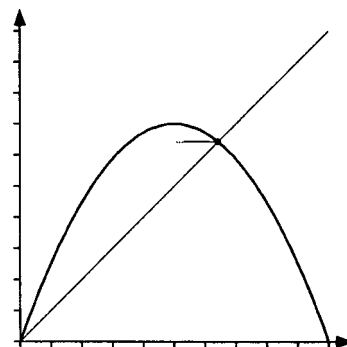


Betrachte nun die Parabel $f_{2,8}(x) = 2,8 \cdot x(1-x)$, die die 1. Winkelhalbierende an den Punkten $(0|0)$ und $(\frac{3}{8} | \frac{3}{8})$ schneidet.

- Trage die Iterationswerte der gezeichneten Iteration mit Startwert $x_0 = 0,10$ in die Liste ein.
- Beschreibe das Verhalten der Iterationslinie und bestimme die Koordinaten des Attraktors.
- Wähle einen beliebigen anderen Startwert und zeichne eine eigene Iterationslinie in den Graphen ein.



- j) Auch bei dieser Kurve gibt es Startpunkte, die den Attraktor schon nach endlich vielen Schritten erreichen. Zeichne eine Iterationslinie vom Attraktor ausgehend **rückwärts** und bestimme
- **einen** Startwert x_{01} , der nach **einem** Schritt
 - **zwei** Startwerte x_{02} und x_{03} , die nach **zwei** Schritten
 - und **zwei** Startwerte x_{04} und x_{05} , die nach **drei** Schritten den Attraktor erreichen.



- k) Beschreibe das Verhalten der Iterationslinie mit den Startwert $x_0 = 0$ und $x_0 = 1$.
- l) Wie verhalten sich Iterationslinien, die außerhalb des Intervalls $[0; 1]$ beginnen?