1.4. Prüfungsaufgaben zur Dynamik

Aufgabe 1a: Dynamik (4)
Das neue 25 m lange Dampfkatapult der USS Enterprise konnte im Jahr 1940 ein 5,5 Tonnen schweres Propellerkampfflugzeug auf 108 km/h beschleunigen. Das Schiff selbst erreichte bei ruhiger See mindestens 62 km/h. Welche Kraft wirkte auf den Druckzylinder des Katapultes und bei welcher Startgeschwindigkeit mussten die Flugzeuge abheben können?

Lösung (alles in SI)

Aus dem zurückgelegtem Weg x = $\frac{1}{2}at^2$ und der erreichten Geschwindigkeit 108 km/h = 30 m/s = v = at

folgt die erforderliche Beschleunigung a = $\frac{v^2}{2x}$ = 18 $\frac{m}{s^2}$ und der notwendige Kraft F = m·a = 99 kN. (3)

Die Flugzeuge mussten bei einer Windgeschwindigkeit von weniger als 170 km/h zum Abheben in der Lage sein. (1)

Aufgabe 1b: Dynamik (4)
Das neue 90 m lange elektromagnetische Katapult der neuesten USS Enterprise kann ein 45 Tonnen schweres Flugzeug auf 240 km/h beschleunigen. Das Schiff selbst erreichte bei ruhiger See mindestens 50 km/h. Welche Kraft wirkt auf den Haken des Flugzeugs und bei welcher Startgeschwindigkeit müssen die Flugzeuge abheben können?

Lösung (alles in SI)

Aus dem zurückgelegtem Weg x = $\frac{1}{2}at^2$ und der erreichten Geschwindigkeit 240 km/h = $66,\bar{6}$ m/s = v = at

folgt die erforderliche Beschleunigung a = $\frac{v^2}{2x} \approx 24,69 \frac{m}{s^2}$ und der notwendige Kraft F = m·a = $1,\bar{1}$ MN. (3)

Die Flugzeuge müssen bei einer Windgeschwindigkeit von weniger als 290 km/h zum Abheben in der Lage sein. (1)

Aufgabe 2: Dynamik (4)
Ein 5 kg schwerer Körper wird an einem Seil mit einer Kraft von 100 N nach oben gezogen. Unten hängt ein zweiter 2 kg schwerer Körper an dem ersten Körper. Wie groß ist die Kraft, die zwischen den beiden Körpern wirkt? Rechne mit g = 10 m/s^2.

Lösung (alles in SI)

Gemeinsame Beschleunigung a = $\frac{F}{m_1 + m_2} \approx 4,29$ m/s^2 (2)

⇒ Seilkraft am unteren Seil $F_2 - m_2 \cdot g = m_2 \cdot a$ ⇒ $F_2 = m_2 \cdot (a + g) \approx 28,57$ N (2)

Aufgabe 3: Dynamik (8)
Ein 5 kg schwerer Mülleimer wird 0,1 s lang mit einer Kraft von 100 N beschleunigt und gleitet dann mit μ = 0,2 weiter bis zum Stillstand. Wie weit rutscht der Mülleimer? Zeichne ein x-t- sowie ein v-t-Diagramm und gib die Dauer des gesamten Vorgangs an.

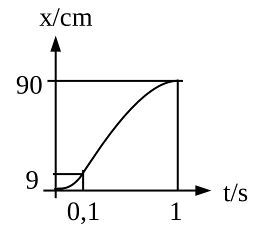
Lösung (alles in SI)

Beschleunigungsphase: $a_1 = \frac{F - \mu \cdot m \cdot g}{m}$ = 18 m/s^2 ⇒ $v_1 = a_1 \cdot t_1$ = 1,8 m/s und $x_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2$ = 0,09 m (2)

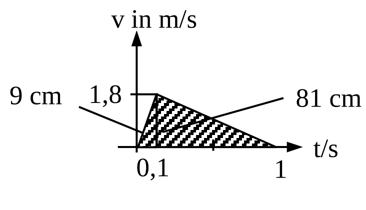
Verzögerungsphase: $a_2 = \frac{-\mu \cdot m \cdot g}{m}$ = −2 m/s^2 ⇒ $t_2 = \frac{v_1}{a_2}$ = 0,9 s und $x_2 = \frac{1}{2}a_2 t_2^2$ = 0,81 m (2)

Der Mülleimer rutscht $x_1 + x_2$ = 9 cm + 81 cm = 90 cm weit und der ganze Vorgang dauert $t_1 + t_2$ = 0,1 s + 0,9 s = 1 s. (1)

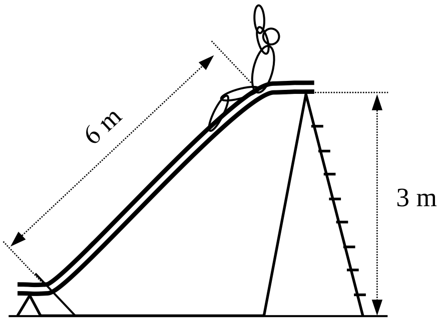
x-t-Diagramm (1)



v-t-Diagramm (2)



Aufgabe 4: Reibungskraft und schiefe Ebene (6)
Wie lange braucht man für die Fahrt auf der rechts abgebildeten Rutsche mit Gleitreibungszahl $\mu = 0{,}3$ und wie schnell kommt man unten an?



Lösung (alles in SI)

Neigungswinkel $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{3}{6}\right) = 30°$ (1)

Hangabtriebskraft $F_H = \sin(\alpha)\cdot m\cdot g \approx 5\cdot m$ (1)

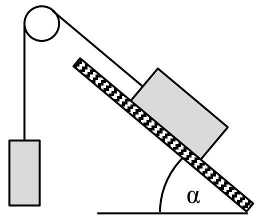
Reibungskraft $F_R = \cos(\alpha)\cdot\mu\cdot m\cdot g \approx 2{,}6\cdot m$ (1)

Beschleunigung $a = \frac{F_H - F_R}{m} = 2{,}4\ \frac{m}{s^2}$ (1)

Fahrstrecke $6\ m = s = \frac{1}{2}at^2 \Leftrightarrow$ Fahrzeit $t = \sqrt{\frac{2s}{a}} \approx \sqrt{5}\ s$ (1)

Endgeschwindigkeit $v = a\cdot t = 5{,}4\ m/s$ (1)

Aufgabe 5a: Reibungskraft und schiefe Ebene (6)
Die beiden rechts abgebildeten Körper sind mit einem Seil über eine feste Rolle miteinander verbunden und erfahren infolge der Erdanziehung mit $g = 10\ m/s^2$ eine Beschleunigung von $0{,}5\ m/s^2$. Der rechte Körper rutscht auf der um $\alpha = 40°$ geneigten Ebene nach unten und ist dreimal so schwer wie der linke. Berechne die Gleitreibungszahl μ für den rechten Körper.

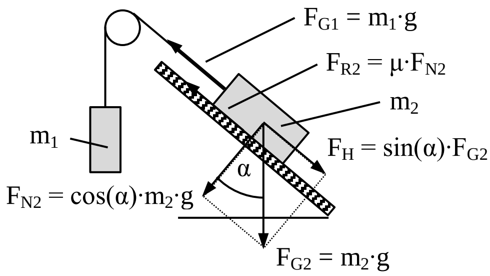


Lösung (alles in SI)

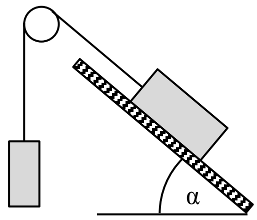
$$F_{H2} - F_{R2} - F_{G1} = (m_1 + m_2)\cdot a \qquad (2)$$

$$\sin(\alpha)\cdot m_2\cdot g - \mu\cdot\cos(\alpha)\cdot m_2\cdot g - m_1\cdot g = (m_1 + m_2)\cdot a \qquad (2)$$

$$\Rightarrow \quad \mu = \frac{\sin(\alpha)\cdot m_2\cdot g - m_1\cdot g - (m_1 + m_2)\cdot a}{\cos(\alpha)\cdot m_2\cdot g} = \frac{3\cdot\sin(\alpha)\cdot g - 1 - 4\cdot a}{3\cdot\cos(\alpha)\cdot g} \approx 0{,}31 \qquad (2)$$



Aufgabe 5b: Reibungskraft und schiefe Ebene (8)
Die beiden rechts abgebildeten Körper sind mit einem Seil über eine feste Rolle miteinander verbunden und gleich schwer. Der rechte Körper sitzt mit der Gleitreibungszahl $\mu = 0{,}4$ auf der um $\alpha = 30°$ geneigten Ebene. Bestimme die Bewegungsrichtung der Körper und berechne ihre Beschleunigung.

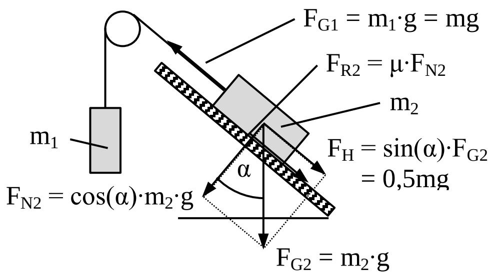


Lösung (alles in SI)
Die Zugkraft $F_{G1} = m\cdot g$ des linken Körpers ist größer als die Hangabtriebskraft $F_{H2} = 0{,}5\ m\cdot g$ des rechten Körpers. Der linke Körper zieht also den rechten Körper nach oben und die Reibungskraft F_{R2} widersetzt sich dieser Bewegung: (2)

$$F_{G1} - F_{R2} - F_{H2} = (m_1 + m_2)\cdot a \qquad (2)$$

$$m_1\cdot g - \mu\cdot\cos(\alpha)\cdot m_2\cdot g - \sin(\alpha)\cdot m_2\cdot g = (m_1 + m_2)\cdot a \qquad (2)$$

$$\Rightarrow \quad a = \frac{m_1\cdot g - (\sin(\alpha) + \mu\cdot\cos(\alpha))\cdot m_2}{m_1 + m_2}\cdot g = \frac{1 - (\sin(\alpha) + \mu\cdot\cos(\alpha))}{2}\cdot g \approx \underline{\underline{0{,}77\ m/s^2}} \qquad (2)$$



Aufgabe 6: Kreisbewegung (4)

a) Wie viele Umdrehungen pro Sekunde schaffen die 1 m grossen Räder eines ICE bei 252 km/h? (2)

b) Wie schnell bewegt sich der 384 000 km entfernte Mond um die Erde, wenn er in 27,3 Tagen einen Umlauf schafft? (2)

Lösungen (4)

a) Die Drehfrequenz ist $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{v}{2\pi r} = \frac{70}{2\pi \cdot 0,5}\ s^{-1} \approx 22,3$ Umdrehungen pro Sekunde (2)

b) Die Geschwindigkeit ist $v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \cdot 384\,000\,000}{27,3 \cdot 24 \cdot 3600} \approx 1022,9\ \frac{m}{s}$.· (2)

Aufgabe 7: Zentripetalkraft (8)

a) Wie schnell muss ein Wagen am obersten Punkt eines 20 m hohen Achterbahnloopings sein, wenn die Insassen an dieser Stelle noch mit ihrer halben Gewichtskraft in die Sitze gedrückt werden sollen? Rechne mit $g = 10\ m/s^2$. (2)
b) Wie schnell ist der Wagen dann am untersten Punkt? (2)
c) Mit welcher Kraft werden die Insassen am untersten Punkt in ihre Sitze gedrückt? (2)
d) In welchem Winkel α zur Horizontalen wirkt die resultierende Kraft auf halber Höhe? (2)

Lösungen (8):

a) $F_Z = \frac{1}{2} F_G \Leftrightarrow \frac{m v_o^2}{r} = \frac{mg}{2} \Rightarrow v_o = \sqrt{\frac{r \cdot g}{2}} = \sqrt{50} \approx 7,07\ \frac{m}{s}$. (2)

b) Energie: $E_{pot} + E_{kin} = E_{pot}‘ + E_{kin}‘ \Leftrightarrow mg \cdot 2r + \frac{1}{2} m v_o^2 = 0 + \frac{1}{2} m v_u^2 \Leftrightarrow 2rg + \frac{rg}{4} = \frac{1}{2} v_u^2 \Rightarrow v_u = 3\sqrt{\frac{r \cdot g}{2}} \approx 21,21\ \frac{m}{s}$. (2)

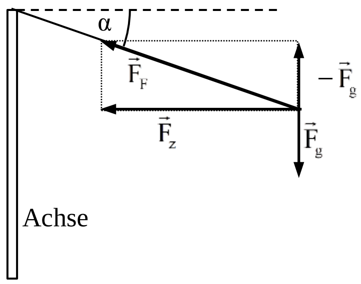
c) $F_Z + F_G = \frac{m v_u^2}{r} + mg = 4,5mg + mg = 5,5mg \Rightarrow$ mit dem fünfeinhalbfachen ihrer Gewichtskraft! (2)

d) Auf halber Höhe ist die Geschwindigkeit $v_{1/2} = \sqrt{\frac{5 \cdot r \cdot g}{2}} \approx 15,81\ \frac{m}{s} \Rightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_G}{F_Z}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{mg}{2,5\ mg}\right) \approx 21,8°$ (2)

Aufgabe 8: Zentripetalkraft (5)

Ein 250 g schwerer Körper wird an einem Faden um eine vertikale Achse auf einem horizontal liegenden Kreis mit dem Radius r = 1 m herumgeschleudert. In 10 Sekunden führt der Körper 5 Umläufe aus.

a) Berechne den Betrag der erforderlichen Zentripetalkraft $\vec{F}_z$. (2)
b) Berechne den Betrag der Fadenkraft $\vec{F}_F$. (2)
c) Berechne den Winkel, den der Faden mit der Horizontalen einschließt. (1)



Lösungen (5)

a) $F_z = m\omega^2 r = \frac{\pi^2}{4}\ N \approx 2,47\ N$ (2)

b) $F_F = \sqrt{F_g^2 + F_z^2} \approx \sqrt{2,5^2 + 2,47^2} \approx 3,52\ N$ (2)

c) $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_g}{F_z}\right) \approx 45,3°$ (1)

Aufgabe 9: Zentripetalkraft (5)

Ein Körper wird wie an einem 80 cm langen Faden um eine senkrechte Achse geschleudert, so dass er in drei Sekunden zwei Umläufe ausführt. Berechne den Neigungswinkel α des Fadens zur Horizontalen und den Radius r der Umlaufbahn.

Lösungen

$\tan(\alpha) = \frac{F_G}{F_Z} = \frac{m \cdot g}{m \cdot \omega^2 \cdot r} = \frac{g}{\omega^2 \cdot r} = \frac{g}{\omega^2 \cdot \cos(\alpha) \cdot s}$ (2)

und mit $\tan(\alpha) = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ erhält man $\sin(\alpha) = \frac{g}{\omega^2 \cdot s} \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}\left(\frac{g}{\omega^2 \cdot s}\right) \approx 45,4°$. (2)

Der Radius der Umlaufbahn ist $r = \cos(\alpha) \cdot s = 56,1$ cm. (1)

Aufgabe 10: Zentripetalkraft (4)
Eine Metallkugel wird an einem 60 cm langen Faden auf einem Kreis in einer vertikalen Ebene herumgeschleudert.

a) Zeige, dass die Geschwindigkeit v_0 am obersten Bahnpunkt $v_o \approx 2{,}43$ m/s betragen muss, damit der Faden sich gerade nicht mehr spannt. (1)
b) Welche Geschwindigkeit v_u hat die Kugel am untersten Bahnpunkt, wenn sie sich nur unter dem Einfluss der Schwerebeschleunigung $g \approx 10$ m/s^2 weiterbewegt? (2)
c) Welche Geschwindigkeit v_u‘ muss die Kugel im untersten Bahnpunkt haben, damit die Fadenkraft das Sechsfache der Gewichtskraft der Kugel beträgt? (1)

Lösungen:

a) Im obersten Bahnpunkt muss gelten $F_g = F_z \Leftrightarrow m\cdot g\cdot = \frac{m\cdot v^2}{r} \Leftrightarrow v_0 = \sqrt{r\cdot g} \approx 2{,}43$ m/s (1)

b) Energieerhaltung: $\frac{1}{2}mv_u^{\ 2} = \frac{1}{2}mv_o^{\ 2} + m\cdot g\cdot 2r \Rightarrow v_u = \sqrt{v_o^2 + 2\cdot g\cdot 2r} = \sqrt{5\cdot r\cdot g} \approx 5{,}48$ m/s (1)

c) Im untersten Bahnpunkt muss gelten $5\ F_g = F_z \Leftrightarrow 5\cdot m\cdot g\cdot = \frac{m\cdot v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{5\cdot r\cdot g} \approx 5{,}48$ m/s (1)

Aufgabe 11: Zentripetalkraft (3)
Wie schnell muss ein Wagen am obersten Punkt eines 20 m hohen Achterbahnloopings sein, wenn die Insassen an dieser Stelle noch mit ihrer halben Gewichtskraft in die Sitze gedrückt werden sollen? Rechne mit $g = 10$ m/s^2.

Lösung:

$F_Z = \frac{3}{2}F_G \Leftrightarrow \frac{mv_o^{\ 2}}{r} = \frac{3mg}{2} \Rightarrow v_o = \sqrt{\frac{3\cdot r\cdot g}{2}} = \sqrt{150} \approx 12{,}24\ \frac{m}{s}$. (3)

Aufgabe 12a: Zentripetal- und Reibungskraft (2)
Mit wie vielen km/h darf man auf einer Straße mit Haftreibungskoeffizient $\mu = 0{,}3$ in eine Kurve mit dem Radius $r = 100$ m fahren? Rechne mit $g = 10$ m/s^2.

Lösung:

$F_r = F_z \Leftrightarrow \mu\cdot m\cdot g = \frac{m\cdot v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{\mu\cdot r\cdot g} \approx 17{,}3$ m/s $\approx 62{,}4$ km/h (2)

Aufgabe 12b: Zentripetal- und Reibungskraft (2)
Wie schnell darf ein Auto auf einer Strasse mit $\mu = 0{,}8$ in einer Kurve mit $r = 50$ m höchstens fahren?

Lösung:

$F_Z = F_R \Leftrightarrow \frac{mv^2}{r} = \mu\cdot m\cdot g \Rightarrow v = \sqrt{\mu\cdot r\cdot g} = 20$ m/s

Aufgabe 13: Kreisbewegungen und waagrechter Wurf (7)
Auf dem Rand einer ebenen, runden, 1,25 m über dem Boden an einer vertikalen Achse drehbar gelagerten 50 cm großen Scheibe eines Drehschemels liegt ein Holzklotz mit Haftreibungskoeffizient $\mu = 0{,}3$. Rechne mit $g = 10$ m/s^2.

a) Bei wie vielen Umdrehungen pro Sekunde fliegt der Klotz vom Schemel? (2)
b) Welchen Weg legt der Klotz in horizontaler Richtung zurück, bevor er auf dem Boden aufschlägt? (3)
c) In welcher Entfernung von der Drehachse schlägt er auf dem Boden auf? (2)

Lösungen

a) $F_r = F_z \Leftrightarrow \mu\cdot m\cdot g = m\cdot\omega^2\cdot r \Leftrightarrow f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\cdot\sqrt{\frac{\mu\cdot g}{r}} \approx 0{,}55\ s^{-1}$ (2)

b) Die Flugdauer ergibt sich mit $h = \frac{1}{2}gt^2$ zu $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0{,}5$ s. (1)

Die Abfluggeschwindigkeit ist $v = \omega r = \sqrt{\mu\cdot r\cdot g} \approx 0{,}87$ m/s (1)

Die waagrecht zurückgelegte Strecke ist $s = v\cdot t = \sqrt{2h\cdot\mu\cdot r} \approx 43{,}3$ cm (1)

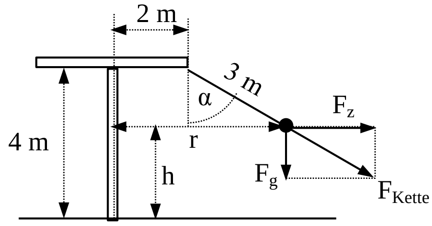
c) Die Entfernung zur Drehachse ist $d = \sqrt{s^2 + r^2} = 50$ cm. (1)

Aufgabe 14: Kräftezerlegung bei Kreisbewegung (8)

Ein Kettenkarussell besteht aus einer 4 m breiten Scheibe, die sich um eine senkrechte Achse 4 m über dem Boden im Kreis dreht. Die 10 kg schweren Sitze hängen an 3 m langen Ketten.

a) Skizziere die Anordnung und berechne den Abstand h der Sitze vom Boden. (3)
b) Berechne den Abstand r der Sitze von der Drehachse und die Winkelgeschwindigkeit ω, wenn das Karussell sich so schnell dreht, dass die Ketten um α = 60° gegen die Senkrechte ausgelenkt sind. (3)
c) Wie groß ist die Kraft auf die Kette, wenn eine 50 kg schwere Person mitfährt? (2)

Lösung:



a) Beschriftete Skizze (2)
$h = 4\text{ m} - 3\text{ m}\cdot\cos(\alpha) = 2{,}5\text{ m}.$ (1)

b) $r = 2\text{ m} + 3\text{ m}\cdot\sin(\alpha) = \left(2+\frac{3}{2}\sqrt{3}\right)\text{ m} \approx 4{,}6\text{ m}$ (1)

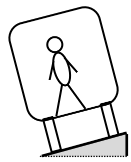
$\tan(\alpha) = \frac{F_z}{F_g} = \frac{m\omega^2 r}{mg} = \frac{\omega^2 r}{g}$ (1)

$\Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{g\cdot\tan(\alpha)}{r}} = \sqrt{\frac{10\cdot\sqrt{3}}{2+\frac{3}{2}\sqrt{3}}}\text{ s}^{-1} \approx 1{,}94\text{ s}^{-1}.$ (1)

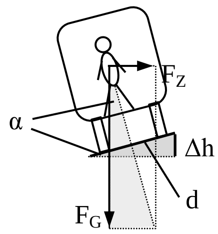
c) $F_{Kette} = \sqrt{F_g^2+F_z^2} = m\cdot\sqrt{g^2+\left(\omega^2 r\right)^2} = m\cdot\sqrt{g^2+\left(g\cdot\tan(\alpha)\right)^2} = mg\sqrt{1+(\tan(\alpha))^2} = 2mg \approx 1200\text{ N}$ (2)

Aufgabe 15a: Kräftezerlegung bei Kreisbewegung (5)

a) Welche Kurvenneigung α muss eine für 108 km/h ausgelegte Eisenbahnstrecke mit Krümmungsradius r = 800 m haben, wenn die Passagiere keine Zentrifugalkraft quer zur Fahrtrichtung empfinden sollen? Vervollständige und beschrifte die Skizze; rechne mit g = 10 N/kg.
b) Um wie viele cm muss das Außengleis höher liegen als das Innengleis, wenn es die Normalspurweite nach George Stephenson (Stockton-Darlington 1830) von 4 Fuß 8,5 Zoll = 1,435 m haben soll?



Lösung:



a) Skizze (2)
$\alpha = \arctan^{-1}\left(\frac{F_Z}{F_G}\right) = \arctan^{-1}\left(\frac{v^2}{r\cdot g}\right) \approx 6{,}42°$ (2)

b) $\Delta h = d\cdot\sin(\alpha) = 16{,}04\text{ cm}.$ (1)

Aufgabe 15b: Kräftezerlegung bei Kreisbewegung (2)

Um welchen Winkel müssen die Bahngleise in einer Kurve mit r = 900 m bei 108 km/h nach innen geneigt sein?

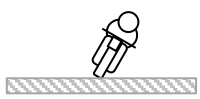
Lösung:

$\alpha = \arctan\left(\frac{F_Z}{F_G}\right) = \arctan\left(\frac{v^2}{r\cdot g}\right) = \arctan(0{,}1) \approx 5{,}7°$ (2)

Aufgabe 16a: Kräftezerlegung und Reibung bei Kreisbewegungen (5)

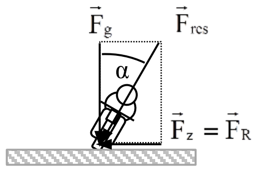
Der abgebildete 80 kg schwere Motorradfahrer will mit seinem 60 kg schweren Motorrad auf einer waagrechten Straße mit Haftreibungskoeffizient μ = 0,3 in eine Kurve mit dem Radius r = 100 m fahren. Rechne mit g = 10 m/s².

a) Zeichne die Reibungskraft $\vec{F}_R$, die Gravitationskraft $\vec{F}_g$ und die Zentripetalkraft $\vec{F}_Z$ in die Skizze rechts ein. (1)
b) Mit wie vielen km/h darf er höchstens in die Kurve fahren? (2)
c) Um welchen Winkel α neigt er sich dabei zur Senkrechten? (1)
d) Wie groß ist die resultierende Kraft F_{res} auf die Reifen? (1)



Lösung:

a) Kraftpfeile: (1)



b) $F_R = \mu \cdot F_g = F_z \Leftrightarrow \mu \cdot m \cdot g = \frac{m \cdot v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{\mu \cdot r \cdot g} \approx 17{,}3\,\frac{m}{s} \approx 62{,}4\,\frac{km}{h}$ (2)

c) $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_Z}{F_g}\right) = \tan^{-1}(\mu) \approx 16{,}7°$ (1)

d) Resultierende Kraft $F_{res} = \sqrt{F_g^2 + F_Z^2} = mg\sqrt{1+\mu^2} \approx 146{,}2$ N (1)

Aufgabe 16b (Kräftezerlegung und Reibung bei Kreisbewegung (2)

Um welchen Winkel neigt sich ein Motorradfahrer in einer Kurve mit r = 100 m bei 72 km/h zur Seite?

Lösung:

$\alpha = \arctan\left(\frac{F_Z}{F_G}\right) = \arctan\left(\frac{v^2}{r \cdot g}\right) = \arctan(0{,}1) \approx 5{,}7°$ (2)

Aufgabe 17: Kräftezerlegung und Reibung bei Kreisbewegungen (8)

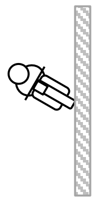
Bei einer Motorradshow fährt ein 80 kg schwerer Steilwandfahrer mit einem 60 kg schweren Motorrad auf der Innenseite eines vertikalen Zylinders mit dem Radius 4 m im Kreis herum.

a) Zeichne die Reibungskraft $\vec{F}_R$, die Gravitationskraft $\vec{F}_G$, die Zentripetalkraft $\vec{F}_Z$ und die Zentrifugalkraft $-\vec{F}_Z$ in die Skizze rechts ein. In welchem System befinden wir uns jetzt? (2)

b) Wie schnell muss er mindestens fahren, wenn der Reibungskoeffizient zwischen Reifen und Wand μ = 0,625 beträgt? (2)

c) In welchem Winkel α ist er dann zur vertikalen Wand geneigt? (2)

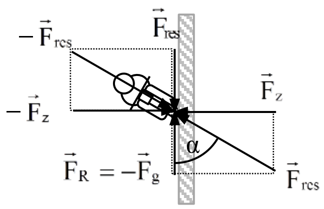
d) Wie groß ist die resultierende Kraft F_{res} auf die Räder der Maschine? (2)



Rechne mit g = 10 m/s^2.

Lösung:

a) Kraftpfeile im beschleunigten System des Fahrers: (2)



b) $F_g = F_R = \mu \cdot F_Z \Leftrightarrow g = \mu \cdot \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{g \cdot r}{\mu}} = 8$ m/s = 28,8 km/h (2)

c) $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_Z}{F_g}\right) = \tan^{-1}(\mu) \approx 32°$ (2)

d) Resultierende Kraft $F_{res} = \sqrt{F_g^2 + F_Z^2} = mg\sqrt{1+\frac{1}{\mu^2}} \approx 2{,}64$ kN (2)

Aufgabe 18: Kräftezerlegung, Reibung und waagrechter Wurf bei Kreisbewegungen (10)

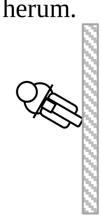
Bei einer Motorradshow fährt ein Steilwandfahrer auf einem Motorrad mit 1 m großen Rädern auf der Innenseite eines vertikalen Zylinders mit dem Radius 10 m auf einer Höhe von 5 m über dem Boden im Kreis herum.

a) Wie schnell muss er mindestens fahren, wenn der Reibungskoeffizient zwischen Reifen und Wand μ = 1 beträgt? (2)

b) Wie schnell drehen sich die Räder dabei? (2)

c) In welchem Winkel α ist er dann zur vertikalen Wand geneigt? (2)

d) Wie weit von der Steilwand entfernt landet ein Fuchsschwanz (ein Glücksbringer), der sich vom Lenker des Motorrades gelöst hat und aus 5 m Höhe geradeaus weiterfliegt? (4)



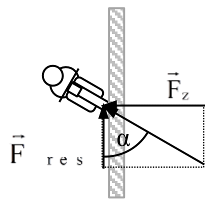
Rechne mit g = 10 m/s^2.

Lösungen:

a) $F_g = F_R = \mu \cdot F_Z \Leftrightarrow g = \mu \cdot \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{g \cdot r}{\mu}} = 10$ m/s = 36 km/h (2)

b) $n = \frac{v}{2\pi r} = \frac{10}{\pi} s^{-1} = \frac{600}{\pi} \min^{-1} = 191$ Umdrehungen pro Minute. (2)

c) $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{F_Z}{F_g}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\mu}\right) = 45°$ (2)



d) Flugdauer $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1$ s (1)

Flugweite $s = v \cdot t = 10$ m (1)

Entfernung von der Steilwand $d = \frac{s}{\sqrt{2}} \approx 7{,}07$ m (2)

Aufgabe 19: Coriolis-Beschleunigung

Anna hat auf dem Spielplatz eine Drehscheibe entdeckt und geht nun 1 m von der Drehachse entfernt mit 3,6 km/h im Kreis. Da sich die Drehscheibe unter ihr aber in die Gegenrichtung dreht, tritt sie von aussen gesehen auf der Stelle. Mit welcher Winkelgeschwindigkeit dreht sich die Scheibe? Anna will aufhören und zum 2 m von der Drehachse entfernten Rand gehen. Auf welche Geschwindigkeit muss sie jetzt beschleunigen? Aber je mehr sie beschleunigt, desto schneller wird auch die Scheibe. Hilfe! Kannst du das mit einem einfachen physikalischen Begriff erklären? Denke an einen leichten fahrenden Wagen (Skateboard), von dem man gegen die Fahrtrichtung herunter springen will.

Lösungen:

Die Winkelgeschwindigkeit ist $\omega = \frac{v}{r} = 1\ s^{-1}$.

Sie muss auf die Tangentialgeschwindigkeit $\omega \cdot 2r = 2$ m/s beschleunigen, wenn sie die Scheibe noch nicht verlassen will.

Möchte sie sich aber weiter radial von der Drehachse wegbewegen, ohne gegenüber dem Boden abgelenkt zu werden, so müsste sie zur Beibehaltung der ortsfesten geraden Bewegungsrichtung noch stärker tangential beschleunigen; z.B. bei einer Radialgeschwindigkeit von $v_r = 1$ m/s auf $\omega \cdot 4r = 4$ m/s.

Aufgabe 20: Coriolis-Beschleunigung (2)

Erkläre mit Hilfe der Coriolisbeschleunigung und einer Skizze, warum sich Tiefdruckgebiete auf der Nordhalbkugel immer gegen den Uhrzeigersinn drehen.

Lösungen: (2)

Von einem Punkt über dem Nordpol betrachtet dreht sich die Erde gegen den Uhrzeigersinn von Westen nach Osten. Die von Süden bzw. Außen kommenden Luftmassen haben eine große Tangentialgeschwindigkeit und überholen auf ihrem Weg nach Norden bzw. Innen die dortigen Luftmassen in Drehrichtung der Erde nach Osten. Die von Norden bzw. Innen kommenden Luftmassen haben eine geringe Tangentialgeschwindigkeit und fallen auf ihrem Weg nach Süden bzw. Außen gegen die Drehrichtung nach Westen zurück. Damit ergibt sich eine Drehung gegen den Uhrzeigersinn.