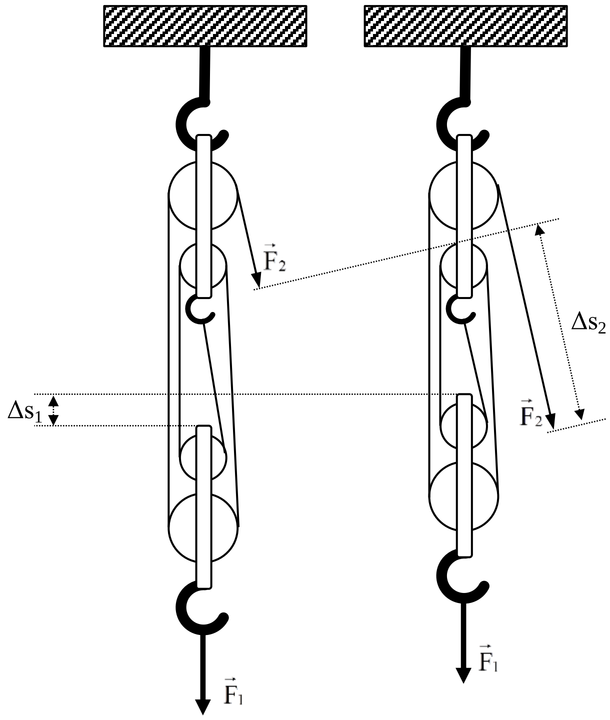
1.5. Prüfungsaufgaben zur Energieerhaltung

Aufgabe 1: Arbeit, Energie und Leistung (12)

a) Skizziere den Aufbau eines Flaschenzuges mit insgesamt 4 Rollen. (2)

b) Ein 200 kg schwerer Motor soll für eine anstehende Reparatur mit dem Flaschenzug in 5 Sekunden um 1 m aus dem Motorraum angehoben werden. Bestimme und **begründe** anhand der Skizze die Zugkraft und die einzuholende Zuglänge, die der Mechaniker aufwenden muss. (4)

c) Erkläre an diesem Beispiel die Begriffe Arbeit, Energie und Leistung in Worten und berechne die entsprechenden Größen. (6)



Lösungen

a) Skizze: siehe rechts (2)

b) Da die Gewichtskraft $F_g = m \cdot g = 2$ kN sich auf vier Zugseile verteilt, ist als Zugkraft nur der vierte Teil erforderlich, also 0,5 kN. (2)
Da sich die einzuholende Seillänge ebenfalls auf vier Zugseile verteil, muss viermal soviel eingeholt werden, also 4 m. (2)

c) Die aufzuwendende Arbeit ist das Produkt aus Kraft mal Weg: $W = F \cdot s = 2$ kJ (2)
Energie ist gespeicherte Arbeit. Die Energie des Mechanikers verringert sich um 2 kJ, die des Motors nimmt um den gleichen Betrag zu. (2)
Leistung ist Arbeit pro Zeit: $P = \frac{W}{t} = 400$ W. (2)

Aufgabe 2: Potentielle Energie (5)

a) Wieviel Nussschokolade mit einem Nährwert von 25 kJ pro Gramm muss ein 80 kg schwerer Arbeiter essen, wenn er einen 50 kg schweren Zementsack 10 m hoch in den dritten Stock schleppen soll und nur 20% der aufgenommenen Energie mechanisch nutzen kann? (3)

b) Mit welcher Geschwindigkeit prallt der Zementsack auf den Boden, wenn er ihn anschließend aus dem Fenster schmeißt? (2)

Lösungen (5)

a) Der Arbeiter muss $E_{pot} = m \cdot g \cdot h = 13$ kJ mechanische Arbeit verrichten und verbraucht dafür insgesamt 65 kJ chemische Energie, die er in Form von 2,6 g Schokolade zu sich nehmen kann. (3)

b) Die 13 kJ werden in kinetische Energie umgewamdelt. Aus $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} mv^2$ erhält man die Aufprallgeschwindigkeit

$v = \sqrt{2gh} = 10\sqrt{2} \approx 14{,}14 \ \frac{m}{s}$. (2)

Aufgabe 3: Federenergie (3)

Eric schiesst das 10 g schwere Bleigewicht mit Hilfe einer gespannten Feder 50 cm hoch in die Luft.

a) Welche Energie muss er zum Spannen der Feder aufbringen? (1)

b) Wie gross war die Federkonstante, wenn er dazu die Feder um 5 cm zusammendrücken musste? (2)

Lösungen: (3)

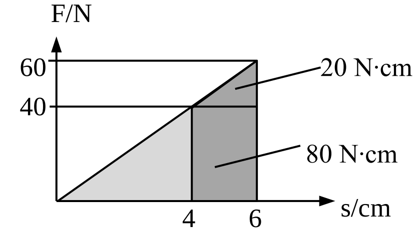
a) $E_D = E_{pot} = m \cdot g \cdot h = 50$ mJ (1)

b) $E_D = E_{pot} \Leftrightarrow \frac{1}{2} Ds^2 = m \cdot g \cdot h \Leftrightarrow D = \frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h}{s^2} = 40$ N/m = 0,4 N/cm (2)

Aufgabe 4a: Federenergie
Skizziere ein Kraft-Auslenkungs-Diagramm für eine Feder mit der Federkonstante D = 10 N/cm und bestimme zeichnerisch sowie rechnerisch die Arbeit, die man aufwenden muss, um die um 4 cm vorgedehnte Feder um weitere 2 cm auf 6 cm zu strecken.

Lösung

Rechnerisch: $\Delta E = \frac{1}{2}D(s_2^2 - s_1^2) = 100\ \text{N}\cdot\text{cm} = 1\ \text{J}$. Zeichnerisch:

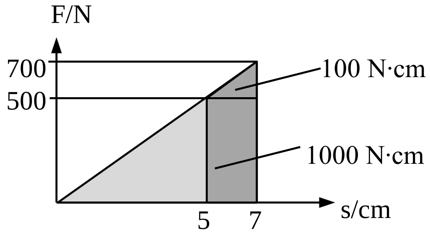


Aufgabe 4b: Federenergie
Um eine auf 5 cm vorgedehnte Feder um weitere 2 cm auf 7 cm zu dehnen, muss eine Arbeit von 12 J aufgewendet werden. Berechne die Federkonstante und skizziere das Kraft-Auslenkungs-Diagramm.

Lösung

$\Delta E = \frac{1}{2}D(s_2^2 - s_1^2) \Leftrightarrow \frac{1}{2}D\cdot 24\ \text{cm}^2 = 12\ \text{J} = 12\ \text{Nm} = 1200\ \text{N}\cdot\text{cm}$

$\Rightarrow D = 100\ \text{N/cm}$



Aufgabe 5: Energieerhaltung
Um einen (federelastischen) Sportbogen um 1 m zu spannen, benötigt man eine Zugkraft von 400 N. Wie hoch kann man einen 250 g schweren Pfeil mit dem auf 1 m vorgespannten Bogen schießen? Rechne mit g = 10 m/s^2.

Lösung:

$E_{pot} = E_{pot}' \Leftrightarrow \frac{1}{2}Ds^2 = m\cdot g\cdot h \Leftrightarrow h = \frac{D\cdot s^2}{2\cdot m\cdot g} = 80\ \text{m}$

Aufgabe 6: Energieerhaltung
Um einen (federelastischen) Sportbogen um 1 m zu spannen, benötigt man eine Zugkraft von 400 N. Auf welche Anfangsgeschwindigkeit kann man einen 250 g schweren Pfeil damit beschleunigen?

Lösung:

$E_{pot} = E_{kin}' \Leftrightarrow \frac{1}{2}Ds^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow v = s\cdot\sqrt{\frac{D}{m}} = 40\ \text{m/s}.$

Aufgabe 7: Energieerhaltung
Ein Sportbogen beschleunigt einen 250 g schweren Pfeil auf eine Anfangsgeschwindigkeit von 40 m/s. Wie hoch kann man damit schießen? Rechne mit g = 10 m/s^2.

Lösung:

$E_{kin} = E_{pot}' \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = m\cdot g\cdot h \Leftrightarrow h = \frac{v^2}{2g} = 80\ \text{m}.$

Aufgabe 8: Energieerhaltung
Ein um 1 m gespannter Sportbogen beschleunigt einen 250 g schweren Pfeil auf eine Anfangsgeschwindigkeit von 40 m/s. Mit welcher Kraft muss man den Bogen spannen?

Lösung:

$E_{pot} = E_{kin}' \Leftrightarrow \frac{1}{2}Ds^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Leftrightarrow D = \frac{mv^2}{s^2} = 400\ \text{N}.$

Aufgabe 9a: Federenergie (5)
Um eine Feder aus der entspannten Lage um 5 cm auszulenken, benötigt man eine Energie von 25 J.
a) Mit welcher Kraft muss man ziehen, um auf 7 cm zu kommen? (2)
b) Wieviel Energie muss für die zusätzlichen 2 cm aufgewandt werden? (1)
c) Zeichne ein Kraft-Weg-Diagramm für die Feder und kennzeichne alle Kräfte und Energien in dem Diagramm. (2)

Lösungen:

a) $E_{pot} = \frac{1}{2}Ds^2 \Rightarrow D = \frac{2E_{pot}}{s^2} = 200\frac{N}{cm} = 20\,000\frac{N}{m}$. (1)

$F = D \cdot s = 1400$ N (1)

b) $\Delta E_{pot} = \frac{1}{2}D(s_2^2 - s_1^2) = 24$ J (1)

c) Kraft-Weg-Diagramm mit Beschriftung und Energien als Dreiecks- bzw. Trapezfläche. (1)

Aufgabe 9b: Federenergie (5)

Um eine Feder aus der entspannten Lage um 4 cm auszulenken, benötigt man eine Energie von 8 J.

a) Mit welcher Kraft muss man ziehen, um auf 6 cm zu kommen? (2)
b) Wieviel Energie muss für die zusätzlichen 2 cm aufgewandt werden? (1)
c) Zeichne ein Kraft-Weg-Diagramm für die Feder und kennzeichne alle Kräfte und Energien in dem Diagramm. (2)

Lösungen:

a) $E_{pot} = \frac{1}{2}Ds^2 \Rightarrow D = \frac{2E_{pot}}{s^2} = 100\frac{N}{cm} = 10\,000\frac{N}{m}$. (1)

$F = D \cdot s = 600$ N (1)

b) $\Delta E_{pot} = \frac{1}{2}D(s_2^2 - s_1^2) = 10$ J (1)

c) Kraft-Weg-Diagramm mit Beschriftung und Energien als Dreiecks- bzw. Trapezfläche. (1)

Aufgabe 10: Energieformen (4)

a) Der grösste Pumpspeicher Österreichs ist der bei maximaler Füllung 1900 m hoch gelegene Kölnbreinspeicher in den hohen Tauern. Aus dem 2,5 km^2 grossen Stausee können maximal 200 Mio m^3 Wasser in den 1700 m hoch gelegenen Vorspeicher Galgenbichl abgelassen werden. Wie viel Energie kann mit dieser Wassermenge maximal abgegeben werden? (1)
b) Um wie viele Meter senkt sich der Wasserspiegel, wenn man senkrechte Seeuferwände annimmt? (1)
c) Durch die beiden Fallrohre fliessen pro Sekunde jeweils 30 Kubikmeter Wasser in den Galgenbichl. Wie viele Tage, Stunden und Minuten dauert die maximale Entleerung? (1)
d) Welche Leistung gibt das Kraftwerk ab? (1)

Aufgabe 10: Energieformen (4)

a) $E_{pot} = m \cdot g \cdot h = 4 \cdot 10^{14}$ J = 400 000 GJ (1)
b) Er senkt sich um V/A = 200 000 000 m^3 : 2 500 000 m^3 = 80 m (1)
c) Die Entleerung dauert 200 000 000 m^3 : 60 m^3/s = 3 333 333 s = 38 Tage 13 Stunden und 56 Minuten (1)
d) Die ist $P = \frac{W}{t} = \frac{4 \cdot 10^{14}\text{ J}}{3{,}\bar{3} \cdot 10^6\text{ s}}$ W $= 1{,}2 \cdot 10^8$ W = 120 MW. (1)

(oder mit den Angaben aus c): $P = \frac{W}{t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{t} = \frac{60\,000 \cdot 10 \cdot 200}{1}$ W = 120 MW)

Aufgabe 11: Energieerhaltung (4)

Lea schwimmt in einem Stausee spazieren. Für 500 m in 10 Minuten zählt sie 250 Züge. Jeder Zug benötigt eine Muskelkraft von 120 N, um den Wasserwiderstand zu überwinden und zusätzliche Wärmeenergie von 5 kJ zur Aufrechterhaltung der Körpertemperatur. Danach stärkt sie sich mit einer 250 g-Packung Weifel-Chips, die insgesamt 5000 kJ enthält.

a) Wie viel Wärme hat sie insgesamt verloren? (1)
b) Berechne die gesamte geleistete mechanische Arbeit. (1)
c) Wie gross ist ihre durchschnittliche mechanische Leistung während der Schwimmtour? (1)
d) Wie viel g Chips muss sie nach der Schwimmtour essen, um den gesamten Energieverlust auszugleichen?

Aufgabe 11: Energieerhaltung (4)

a) Q = 1250 kJ (1)
b) $W = F \cdot \Delta x = 60$ kJ (1)
c) $P = \frac{W}{t} = \frac{60000\text{ J}}{600\text{ s}} = 100$ W (1)
d) Sie muss insgesamt 1310 kJ ausgleichen, das entspricht $\frac{1310\text{ kJ}}{5000\text{ kJ}} \cdot 250$ g = 65,5 g Chips. (1)

Aufgabe 12: Energieerhaltung (4)

Um die rechts gezeigte Steinschleuder um 3 m zu spannen, ist eine maximale Kraft von 360 kN erforderlich.

a) Wie gross ist die Federkonstante? (1)
b) Wie gross ist die Spannenergie? (1)
c) Wie schnell ist der 500 kg schwere Felsbrocken beim Abflug? (2)

Aufgabe 12: Energieerhaltung (4)

a) $D = \dfrac{\Delta F}{\Delta x} = 120$ kN/m (1)

b) $E_D = \dfrac{1}{2} Dx^2 = 540$ KJ (1)

c) $E_{kin} = \dfrac{1}{2}\, mv^2 = 540 \text{ KJ} \Rightarrow v = \sqrt{\dfrac{2 \cdot E_{kin}}{m}} \approx 46{,}5 \text{ m/s} \approx 167{,}3 \text{ km/h}$ (2)

Aufgabe 13: Energieerhaltung (4)

Die Mündungsgeschwindigkeit einer alten Flugabwehrkanone beträgt 800 m/s und ihr 10 kg schweres Geschoss erreicht eine Höhe von 5000 m.

a) Wie gross ist die kinetische Energie des Geschosses beim Abflug? (1)
b) Wie gross ist die potentielle Energie des Geschosses am höchsten Punkt der Bahn? (1)
c) Wie viel Prozent der Anfangsenergie gehen verloren? (1)
d) In welche Energieform wir die „verlorene“ Energie umgewandelt? (1)

Aufgabe 13: Energieerhaltung (4)

a) $E_{kin} = \dfrac{1}{2}\, mv^2 = 3{,}2$ MJ. (1)

b) $E_{Pot} = m \cdot g \cdot h = 0{,}5$ MJ (1)

c) Von 3,2 MJ (entsprechen 100 %) gehen 2,7 MJ verloren, das sind $\dfrac{3{,}2}{2{,}7} \cdot 100\ \% = 84{,}375\ \%$ (1)

d) Die Energie wird in Wärme umgewandelt. (1)

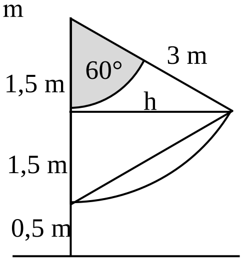
Aufgabe 14a: Lage- und Bewegungsenergie (10)

Ladina wiegt 14,5 kg und hat es sich mit ihrem 500 g schweren Stoffsaurier Anton auf einem Schaukelsitz der Masse 5 kg bequem gemacht. Der Sitz hängt 50 cm über dem Boden an 3 m langen Ketten. Ihr Vater Remo zieht sie nach hinten, bis das Seil um 60° zur Vertikalen ausgelenkt ist. Rechne mit g = 10 N/kg.

a) Zeichne die Schaukel von der Seite und zeige rechnerisch, dass Ladina nun 2 m über dem Boden schwebt. (3)
b) Remo hat vorher einen Schokokeks mit 30 kJ Energiegehalt gegessen. Wie oft könnte er mit dieser Energie theoretisch Ladina nach hinten ziehen? (2)
c) Warum ist der Schokokeks in Wirklichkeit nach ca. 10 mal Schaukeln verbraucht? (1)
d) Wie schnell ist Ladina am tiefsten Punkt ihrer Bahn? (1)
e) Auf dem höchsten Punkt der Bahn fällt Anton vom Sitz. Zeichne dieses Ereignis in die Skizze aus a) ein und zeige rechnerisch, dass er 2,6 m von der Ruhelage der Schaukel entfernt landet. (2)
f) Wie schnell ist Anton beim Aufprall im weichen Gras? (1)

Lösungen:

a) Zeichnung mit gleichseitigem Dreieck der Höhe $h = \sin(30°) \cdot 3 \text{ m} = \dfrac{1}{2}\sqrt{3} \cdot 3\text{m} \approx 2{,}6$ m (2)



b) $E_{pot} = m \cdot g \cdot 1{,}5 \text{ m} = 300 \text{ J} \Rightarrow$ Es müsste 30 kJ : 300 J = 100 mal gehen. (1)

c) Weil Remo den grössten Teil der aufgenommen Energie in Wärme umsetzt. (1)

d) $E_{kin} = E_{pot} \Leftrightarrow \dfrac{v^2}{2} = g \cdot 1{,}5 \text{ m} \Leftrightarrow v = \sqrt{30} \text{ m/s} \approx 5{,}48$ m/s. (1)

e) Siehe a) (2)

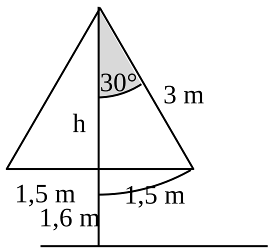
f) $E_{kin} = E_{pot} \Leftrightarrow \dfrac{v^2}{2} = g \cdot 2 \text{ m} \Leftrightarrow v = \sqrt{40} \text{ m/s} \approx 6{,}32$ m/s. (1)

Aufgabe 14b Lage- und Bewegungsenergie (10)

Ladina wiegt 14,5 kg und hat es sich mit ihrem 500 g schweren Stoffsaurier Anton auf einem Schaukelsitz der Masse 5 kg bequem gemacht. Der Sitz hängt 140 cm über dem Boden an 3 m langen Ketten. Ihr Vater Remo zieht sie nach hinten, bis das Seil um 30° zur Vertikalen ausgelenkt ist. Rechne mit g = 10 N/kg.

a) Zeichne die Schaukel von der Seite und zeige rechnerisch, dass Ladina nun 2 m über dem Boden schwebt. (3)
b) Remo hat vorher einen Schokokeks mit 30 kJ Energiegehalt gegessen. Wie oft könnte er mit dieser Energie theoretisch Ladina nach hinten ziehen? (2)
c) Warum ist der Schokokeks in Wirklichkeit nach ca. 10 mal Schaukeln verbraucht? (1)
d) Wie schnell ist Ladina am tiefsten Punkt ihrer Bahn? (1)
e) Auf dem höchsten Punkt der Bahn fällt Anton vom Sitz. Zeichne dieses Ereignis in die Skizze aus a) ein und zeige rechnerisch, dass er 1,5 m von der Ruhelage der Schaukel entfernt landet. (2)
f) Wie schnell ist Anton beim Aufprall im weichen Gras? (1)

Lösungen:



a) Zeichnung mit gleichseitigem Dreieck der Höhe h = cos(30°)·3 m ≈ 2,6 m (2)
b) $E_{pot} = m \cdot g \cdot 0{,}4\ \text{m} = 80\ \text{J} \Rightarrow$ Es müsste 30 kJ : 80 J = 375 mal gehen. (1)
c) Weil Remo den grössten Teil der aufgenommen Energie in Wärme umsetzt. (1)
d) $E_{kin} = E_{pot} \Leftrightarrow \frac{1}{2}v^2 = g \cdot 0{,}4\ \text{m} \Leftrightarrow v = \sqrt{8}\ \text{m/s} \approx 2{,}83\ \text{m/s}$. (1)
e) Siehe a) (2)
f) $E_{kin} = E_{pot} \Leftrightarrow \frac{1}{2}v^2 = g \cdot 2\ \text{m} \Leftrightarrow v = \sqrt{40}\ \text{m/s} \approx 6{,}32\ \text{m/s}$. (1)