

1.6. Aufgaben zur Impulserhaltung

Aufgabe 1: Kraftstoß und Impuls

- Aus einem 5 kg schweren Gewehr wird ein 30 g schweres Geschoss mit einer Geschwindigkeit von 500 m/s abgeschossen. Mit welcher Kraft muss der Schütze das Gewehr abstützen, wenn man für den Beschleunigungsvorgang eine Dauer von 1 ms rechnet und wie schnell schlägt das Gewehr nach hinten aus, wenn es nicht abgestützt wird?
- Ein 200 g schwerer Hammer trifft mit 5 m/s auf einen Nagel, der im Holz eine Kraft von 2500 N zur Fortbewegung überwinden muss. Wie lange dauert es, bis der Hammer zur Ruhe kommt?
- Eine 5 g schwere Kugel wird aus einer Pistole mit 400 m/s in einen Holzblock geschossen, wo sie nach $2 \cdot 10^{-4}$ s zum Stillstand kommt. Wie groß war die durchschnittliche Bremskraft auf die Kugel im Holz?
- Viele Renn- und U-Boote benutzen aus verschiedenen Gründen (welchen?) einen „Pumpjet“ als Antrieb. Die Antriebsschraube wird dabei einfach in ein Rohr gelegt, so dass am Ende des Rohrs ein mehr oder weniger gerade nach hinten gerichteter Wasserstrahl austritt. Welche Schubkraft erzeugt ein Pumpjet, der 200 kg Wasser pro Sekunde mit einer Geschwindigkeit von 40 m/s ausstößt?
- Ein 70 kg schwerer Hochspringer stößt sich in einer Zeit von 0,2 s vom Boden ab und überspringt eine 2 m hohe Latte. Sein Schwerpunkt war beim Absprung 80 cm über dem Boden und ist am höchsten Punkt der Flugbahn 15 cm über der Latte. Welche Absprungkraft musste der Sportler aufbringen?

Aufgabe 2: Impulserhaltung

Nenne drei Beispiele für Systeme aus vielen Körpern, die aufeinander (z.B. durch Kollisionen, aber auch elektrische oder Gravitationskräfte) Kräfte ausüben ohne die geradlinig gleichförmige Bewegung des Gesamtsystems zu stören, weil sich die einzelnen Kraftstöße und dadurch bewirkten Bewegungsänderungen der einzelnen Körper insgesamt ausgleichen.

Aufgabe 3: Der zentrale Stoß

Vervollständige die Tabelle für zwei Wagen mit den Massen $m_1 = 300$ g und $m_2 = 500$ g. Alle Angaben sind in m/s.

\vec{v}_1	\vec{v}_2	Stoß	\vec{v}_1'	\vec{v}_2'	E_{kin}	E_{kin}'	Verlust in %
2	-1	elastisch					
2	-1	teilelastisch mit 30% Energieverlust					30
2	-1	unelastisch					
4	2	elastisch					
4	2	teilelastisch mit 10% Energieverlust					10
4	2	unelastisch					

Aufgabe 4: Der nicht zentrale Stoß

Ein 5 cm dicker Tischtennisball trifft vollelastisch und reibungsfrei (!) um $x = 1$ cm versetzt mit 2 m/s auf einen zweiten ruhenden Tischtennisball.

- Zeige, dass die Geschwindigkeitsvektoren der Bälle nach dem Stoß mit dem ursprünglichen Geschwindigkeitsvektor des ersten Balls ein geschlossenes Dreieck bilden und dass dieses Dreieck rechtwinklig ist.
- In welcher Geschwindigkeit prallen die beiden Bälle auseinander und wie groß ist jeweils der Ablenkungswinkel zur ursprünglichen Bewegungsrichtung des ersten Balls?

Aufgabe 5: Der nicht zentrale Stoß

Ein Tennisball trifft mit 10 m/s auf einen zweiten ruhenden Tennisball, so dass beide nach rechts und links im gleichen Winkel von 30° auseinander rollen.

- Zeige, dass die Geschwindigkeitsvektoren der Bälle nach dem Stoß mit dem ursprünglichen Geschwindigkeitsvektor des ersten Balls ein geschlossenes Dreieck bilden.
- Berechne die Geschwindigkeiten der beiden Bälle nach dem Stoß
- Berechne den prozentualen Energieverlust bezogen auf die kinetische Energie des auftreffenden Balls.

1.6. Lösungen zu den Aufgaben zur Impulserhaltung

Aufgabe 1

- a) Die Kraft ist $F = \frac{m \cdot v}{\Delta t} = 15 \text{ kN}$ und die Rückschlaggeschwindigkeit wäre $v' = \frac{m \cdot v}{m'} = 3 \text{ m/s}$.
- b) Er kommt in der Zeit $\Delta t = \frac{\Delta p}{F} = \frac{mv}{F} = 0,4 \text{ ms}$ zur Ruhe.
- c) Die Bremskraft war $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv}{\Delta t} = 10 \text{ kN}$
- d) Die Schubkraft ist $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv}{\Delta t} = 8 \text{ kN}$
- e) Aus der Energieerhaltung $E_{\text{kin}} = E_{\text{pot}} \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv^2 = mgh$ erhält man die Absprunggeschwindigkeit $v = \sqrt{\frac{2g}{h}} \approx 3,85 \text{ m/s}$ und aus der Impulsänderung die Absprungkraft $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{mv}{\Delta t} = 1,35 \text{ kN}$

Aufgabe 2: Impulserhaltung

1. Staub- und Nebelwolken: Die einzelnen Teilchen stoßen ständig aneinander und ändern ihre Bewegungsrichtung aber insgesamt gleicht sich Alles aus und die Wolke behält ihren Kurs bei
2. Sonnensystem: Die Gravitationskräfte zwischen der Sonne und den Planeten zwingt die Planeten auf Ellipsenbahnen um die viel schwerere Sonne, die sich nur kaum wahrnehmbar bewegt. Insgesamt gleichen sich diese Kräfte aus und das Sonnensystem als Ganzes bewegt sich nahezu geradlinig gleichförmig.
3. Milchstraße: wie oben aber anstelle der Planeten treten Sternensysteme. Ein Zentralgestirn fehlt; der Zusammenhalt wird ebenso wie die Zusammenballung zu Spiralarmen durch die gegenseitige Anziehung der Sterne bewirkt!
4. Atome und Moleküle: Die einzelnen Protonen und Elektronen üben elektrische Kräfte aufeinander aus und zwingen sich gegenseitig auf geschlossenen Bahnen. Wegen der Impulserhaltung ist die Bewegung der viel schwereren Protonen im Zentrum kaum wahrzunehmen und die Elektronen bewegen sich auf ausgedehnten Bahnen (Atom- bzw. Molekülorbitale) teilweise über das ganze Molekül hinweg.

Aufgabe 3: Der zentrale Stoß

\vec{v}_1	\vec{v}_2	Stoß	\vec{v}_1'	\vec{v}_2'	E_{kin}	E_{kin}'	Verlust in %
2	-1	elastisch	-1,75	1,25	0,85	0,85	0
2	-1	teilelastisch mit 30% Energieverlust	1,69	-0,81	0,85	0,595	30
2	-1	unelastisch	0,125	0,125	0,85	0,01	99,26
4	2	elastisch	1,5	3,5	3,4	3,40	0
4	2	teilelastisch mit 10% Energieverlust	3,13	2,52	3,4	3,06	10
4	2	unelastisch	2,75	2,75	3,4	3,03	11,03

Aufgabe 4: Der nicht zentrale Stoß

- a) siehe Skript
- b) Der zweite Ball wird nur leicht abgelenkt um $\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{x}{d}\right) \approx 11,5^\circ$ und rollt mit $v_2' = v_1 \cdot \cos(\alpha) = 1,96 \text{ m/s}$ weiter.
Der erste Ball wird leicht zur Seite geschleudert mit $\beta = 90^\circ - \alpha \approx 78,5^\circ$ und rollt mit $v_1' = v_1 \cdot \sin(\alpha) = 0,4 \text{ m/s}$ davon.

Aufgabe 5: Der nicht zentrale Stoß

- a) siehe Skript
- b) Die Geschwindigkeiten nach dem Stoß sind die Seiten eines gleichseitigen Dreiecks mit der Höhe $\frac{v_1}{2}$. Ihr Betrag ist also $v_1' = v_2' = \frac{v_1}{\sqrt{3}} \approx 5,77 \text{ m/s}$
- c) Der prozentuale Verlust ist $\frac{E_{\text{kin}} - E_{\text{kin}}'}{E_{\text{kin}}} = 1 - \frac{E_{\text{kin}}'}{E_{\text{kin}}} = 1 - \frac{v_1'^2 + v_2'^2}{v_1^2} = \frac{1}{3} = 33,3\%$.