1.8. Hydrostatik

1.8.1. Die Dichte

Die **Dichte** ρ eines Stoffes gibt an, welche **Masse** m ein gegebenes **Volumen** V dieses Stoffes besitzt: $\rho = \frac{m}{V}$

Einheiten für Masse und Volumen:

$1\ \mu g \xrightarrow{\cdot 1000} 1\ mg \xrightarrow{\cdot 1000} 1\ g \xrightarrow{\cdot 1000} 1\ kg$

$1\ cm^3 = 1\ ml \xrightarrow{\cdot 1000} 1\ dm^3 = 1\ l$

Einige Dichten:

Stoff	$\rho / \frac{g}{cm^3}$
Luft	0,001
Ethanol	0,8
Eis	0,9
Wasser	1,0
Schwefel	2,1
Aluminium	2,7
Eisen	7,9
Blei	11,3
Gold	19,3
Iridium	22,6

Beispiele:

Wasser: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{78{,}9\ g}{80\ ml} = \frac{0{,}98\ g}{1\ ml} = 0{,}98\ \frac{g}{cm^3}$

Kartoffel: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{52\ g}{38\ ml} = \frac{1{,}37\ g}{1\ ml} = 1{,}37\ \frac{g}{cm^3}$

Ethanol: $\rho = \frac{m}{V} = \frac{40\ g}{50\ ml} = \frac{0{,}8\ g}{1\ ml} = 0{,}8\ \frac{g}{cm^3}$

Übungen: Aufgaben zur Hydrostatik Nr. 1

1.8.2. Der Druck

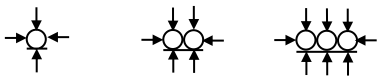
In einer **Flüssigkeit oder einem Gas** können sich die Teilchen so anordnen, dass auf jedes von ihnen in jede Richtung die gleiche Kraft wirkt. Die Kraft F auf eine Begrenzungsfläche ist daher

- senkrecht zur Fläche gerichtet
- proportional zu ihrem Inhalt A.

Das Verhältnis $p = \frac{F}{A}$ ist der **Druck** p (pressure): **Druck = Kraft pro Fläche**.

Seine Einheit ist das **Pascal** Pa = $\frac{N}{m^2}$.

Praktischer ist 1 **bar** = 10^5Pa = 10 $\frac{N}{cm^2} \triangleq \frac{kg}{cm^2}$ = 1 „Kilopond“

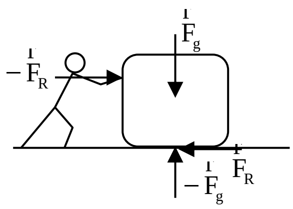


$p = \frac{1\ F}{1\ A} = \frac{2\ F}{2\ A} = \frac{3\ F}{3\ A}$

Absoluter und relativer Druck

Da der mittlere Luftdruck an der Erdoberfläche von p(0) ≈ 1 bar auch dem gewöhnlichen Innendruck des menschlichen Körpers entspricht, werden davon abweichende Drücke oft als **relative Drücke $\Delta p = p - p_L$** angegeben. **Beispiel**: Der absolute Wasserdruck in 20 m Tiefe bezogen auf den Weltraum ist p = 3 bar. Für uns interessant ist aber der relative Druck Δp = 2 bar in dieser Tiefe bezogen auf die Erdoberfläche bzw. unseren Körperdruck.

Festkörper können Kräfte sowohl orthogonal (Zug- und Druckkräfte) als auch parallel (Scherkräfte) zu den Begrenzungsflächen übertragen. Das Verhältnis F/A ist dann je nach Angriffspunkt und Richtung der Kraft in jedem Punkt des Körpers verschieden und heißt **Zug-, Druck- oder Scherspannung**. Hohe Spannungen führen zu **Rissen** und **Brüchen** im Körper.

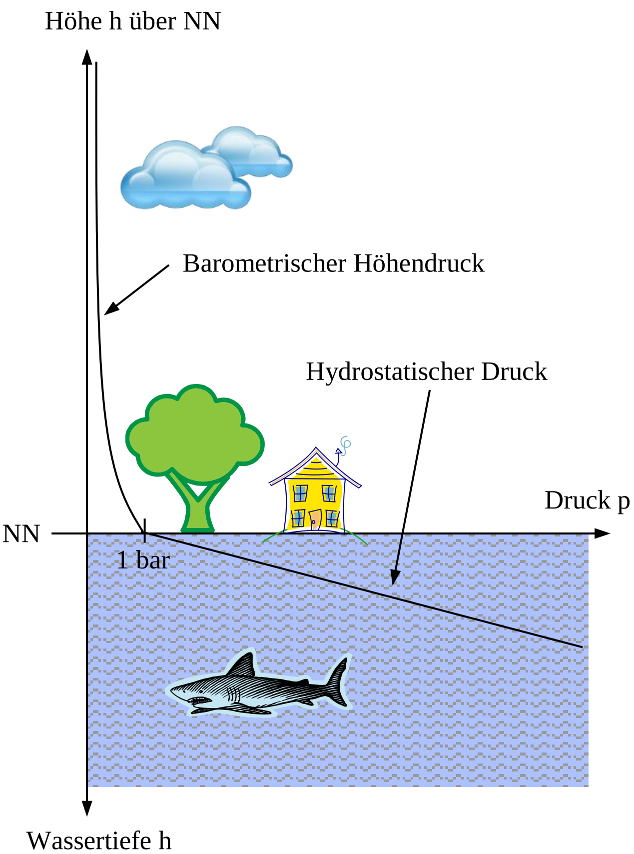


Druckspannung $\sigma_n = \frac{F_g}{A}$

Scherspannung $\sigma_t = \frac{F_R}{A}$

Übungen: Aufgaben zur Hydrostatik Nr. 2 - 7

1.8.3. Der barometrische Höhendruck



Bei 1 bar = 100 000 N/m^2 Luftdruck lastet auf jedem Quadratmeter in Meereshöhe eine 10 Tonnen schwere Luftsäule.

Mit zunehmender Höhe wird die Luftsäule kürzer und der Druck nimmt ab. Da mit abnehmendem Druck auch die **Dichte** der Luftsäule abnimmt, **nimmt auch die Druckabnahme selbst ab**: in großer Höhe ändert sich der Druck kaum noch
Diese **immer flacher verlaufende Kurve** des Höhendrucks beschreibt die **barometrische Höhenformel**:

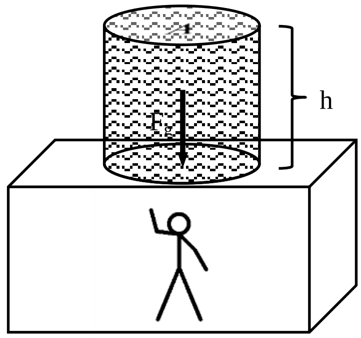
Der Druck p in der Höhe h ist

$$\boxed{p(h) = p_0 \cdot e^{-\rho_0 g h / p_0}}$$

wobei
p_0 = Druck auf Meereshöhe
e ≈ 2,718 (Eulersche Zahl)
ρ_0 = Dichte auf Meereshöhe
g = Gravitationsfeldstärke

Übungen: Aufgaben zur Hydrostatik N. 8

1.8.4. Der hydrostatische Druck



Unter Wasser **addiert** sich der **hydrostatische Druck der Wassersäule** zum **Luftdruck der Atmosphäre**.
Die Gewichtskraft F_g einer Flüssigkeitssäule mit der Dichte ρ, der Höhe h und der Grundfläche A ist $F_g = m \cdot g = \rho \cdot V \cdot g = \rho \cdot A \cdot h \cdot g$.

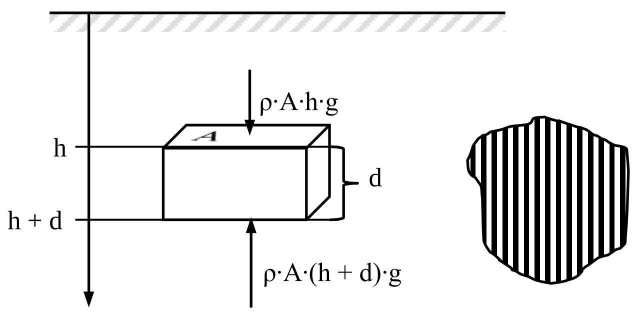
Der **hydrostatische Druck** in der Tiefe h ist also $\boxed{p(h) = \frac{F_g}{A} = \rho \cdot h \cdot g.}$

In **Wasser** mit der Dichte ρ ≈ 1000 kg/m^3 und g ≈ 10 N/kg ist der hydrostatische Druck in 10 m Tiefe p(10) ≈ 100 000 Pa = 1 bar.

Der hydrostatische Druck nimmt also alle 10 Meter um 1 bar zu!

Übungen: Aufgaben zur Hydrostatik Nr. 9 - 11

1.8.5. Der Auftrieb



Auf eine Säule mit der Grundfläche A und der Höhe d wirkt die **Auftriebskraft**

$$\begin{aligned} F_A &= \rho \cdot A \cdot (h + d) \cdot g - \rho \cdot A \cdot h \cdot g \\ &= \rho \cdot A \cdot d \cdot g \\ &= \rho \cdot V \cdot g. \end{aligned}$$

Prinzip von Archimedes:
Der Auftrieb eine Körpers entspricht dem Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit.

Die Formel lässt sich auf beliebige Körper übertragen, die man sich aus vielen dünnen Säulen zusammengesetzt denkt.

Der Auftrieb ist unabhängig von der Tiefe h und unabhängig von der Dichte des Körpers!

Übungen. Aufgaben zur Hydrostatik Nr. 12 - 23