

2.1. Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik

2.1.1. System und Umgebung

Offene, geschlossene und abgeschlossene Systeme

Will man untersuchen, welche Stoffe und Energieformen ein System mit seiner Umgebung austauscht, muss man vorher festlegen, wo die Grenze zwischen System und Umgebung liegen soll.

- Ein **System** ist begrenzter Teil des Universums, z.B. die Erde, der Mensch, offene oder geschlossene Reaktionsgefäße oder eine Zelle.
- **Offene Systeme** können Stoffe und Energie mit der Umgebung austauschen, z.B. ein Mensch oder offene Reaktionsgefäße
- **Geschlossene Systeme** können nur Energie mit der Umgebung austauschen, z.B. die Erde oder geschlossene Reaktionsgefäße
- **Abgeschlossene oder isolierte Systeme** können weder Energie noch Stoffe mit der Umgebung austauschen. z.B. geschlossene und wärmeisolierte Reaktionsgefäße (Kalorimeter)

Übungen: Aufgaben zum 1. Hauptsatz Nr. 1

2.1.2. Zustandsgrößen

Äußere und innere Energie

Die bei einer exothermen chemischen Reaktion an die Umgebung abgegebene Energie kommt dadurch zustande, dass die **innere Energie U** der Edukte größer ist als die der Produkte. Die innere Energie eines Systems wird durch die **Wechselwirkung seiner Teilchen untereinander** bestimmt. Die wichtigsten Anteile sind

- die **innere kinetische Energie** infolge der ungeordneten Teilchenbewegung in Bezug auf den Systemschwerpunkt.
- eine **innere potentielle Energie (Bindungsenergie)** infolge der **elektrostatischen Kraft** zwischen Protonen und Elektronen.
- eine **innere potentielle Energie (Kernenergie)** infolge der **schwachen Kernkraft** zwischen Protonen und Neutronen in den Atomkernen.

Dagegen wird die **äußere Energie E** eines Systems durch die **Wechselwirkung seiner Teilchen mit der Umgebung** bestimmt. Dazu gehören vor allem

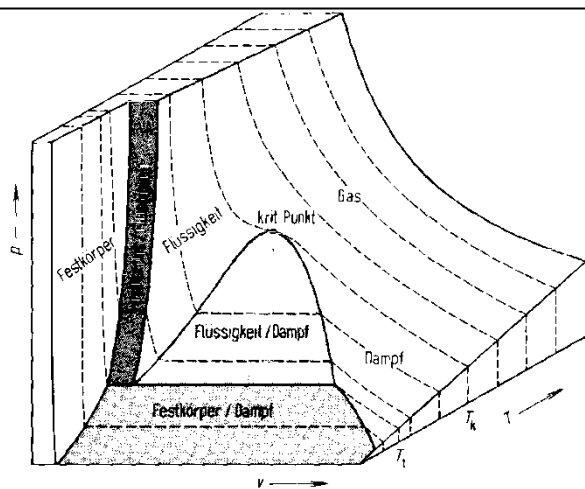
- die **äußere kinetische Energie** infolge der geordneten Teilchenbewegung bzw. der Bewegung des Systemschwerpunktes in Bezug auf das Inertialsystem der Erde
- eine **äußere potentielle Energie (Gravitationsenergie)** infolge der Lage seines Schwerpunktes im Gravitationsfeld der Erde.

Zustandsgrößen beschreiben den Zustand eines Systems im **statischen Gleichgewicht** unabhängig von seiner Vorgeschichte.

- **Intensive** Größen wie z.B. **Temperatur T** und **Druck p** sind **unabhängig von der Stoffmenge**.
- **Extensive** Größen wie die **innere Energie U** und das **Volumen V** hängen von der Stoffmenge ab und werden daher in der Regel auf 1 Mol Teilchen bezogen:

Der Zustand einer Stoffportion wird durch zwei Zustandsgrößen schon eindeutig festgelegt. Sind z.B. Volumen V und Temperatur T für 1 Mol eines Stoffes bekannt, so lässt sich der Druck p mit Hilfe von **Zustandsgleichungen** oder **-diagrammen** eindeutig bestimmen.

In der Abbildung rechts ist das **Zustandsdiagramm** eines einatomigen Stoffes dargestellt. Zu jedem durch die Kombination aus V und T festgelegten Zustand lässt sich p als Höhe über dem Punkt (V|T) eindeutig bestimmen. Linien gleicher Temperatur (**Isothermen**) sind gestrichelt eingezeichnet. Mit **Zustandsgleichung idealer Gase $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$** (siehe 2.0.6. und 2.1.7.), lässt sich p im hinten liegenden Bereich idealer Gas auch **berechnen**.



Übungen: Aufgaben zum 1. Hauptsatz Nr. 2 und 3

2.1.3. Austauschgrößen

Austauschgrößen beschreiben den Energieaustausch zwischen System und Umgebung. Dieser Austausch kann aber nur stattfinden, wenn sich System und Umgebung **nicht im Gleichgewicht** befinden.

- **Wärme Q (Quantité calorifique) = C·ΔT** wird ausgetauscht, wenn ein System mit der **Wärmekapazität C** seine **Temperatur** um ΔT ändert. Dabei werden die Teilchen des Systems in **ungeordnete** Bewegung versetzt.
- **Arbeit W (Work) = F·Δs** wird verrichtet, wenn Teile des Systems mit der **Kraft F** um die **Strecke Δs bewegt** werden. Dabei werden die Teilchen des Systems in **geordnete** Bewegung versetzt

2.1.4. Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik

Aus jahrhundertelanger Erfahrung weiß man, dass die Energie ebenso wie die Masse eine **Erhaltungsgröße** ist, d.h., es ist bisher nicht gelungen, eine Maschine zu bauen, mit der Energie oder Masse aus dem Nichts erzeugt werden könnte. (**Perpetuum mobile 1. Art**) Die ist die Aussage des **Energieerhaltungssatzes (1. Hauptsatz der Thermodynamik)**. Der Energieerhaltungssatz ist nach dem **Satz von Noether (Emmy Noether 1882 – 1935)** eine Folge der **Kontinuität der Zeit**, während die **Kontinuität des Ortes** sich im **Impulserhaltungssatz** ausdrückt. Die Energie, die eine Batterie oder ein Verbrennungsmotor an die Umgebung abgeben, muss also als innere Energie U vorher im System gespeichert worden sein.

Der 1. Hauptsatz der Thermodynamik für geschlossene Systeme

In einem **geschlossenen System** ist die Änderung ΔU der inneren Energie des Systems gleich der mit der Umgebung ausgetauschten Wärme Q und Arbeit W: **ΔU = Q + W**

Vorzeichenkonvention bei Austauschgrößen

Die Vorzeichen bei Austauschgrößen beziehen sich auf das System: – bedeutet Abgabe, + bedeutet Aufnahme.

Beispiel: Bei einer exothermen Reaktion erwärmt sich die Umgebung mit der Wärmekapazität C um ΔT > 0. Dann ist

- ΔU < 0, weil sich die innere Energie **des Systems verringert**
- –Q = C·ΔT > 0 die von der **Umgebung aufgenommene** Wärme
- Q = –C·ΔT < 0 die vom **System abgegebene** Wärme

Übungen: Aufgaben zum 1. Hauptsatz Nr. 4

2.1.5. Die innere Energie idealer Gase

Die Teilchen eines idealen Gases sind so weit voneinander entfernt, dass zwischenmolekulare Kräfte vernachlässigt werden können. Sie verhalten sich wie vollkommen elastische Kugeln und speichern die aufgenommene Wärme ausschließlich als Bewegungsenergie.

Bei **mehratomigen Gasen** können die Moleküle die zugeführte Wärme nicht nur durch geradlinige Fortbewegung (**Translation**), sondern auch durch Drehung (**Rotation**) sowie durch Schwingung der Atome gegeneinander (**Vibration**) speichern. Translation ist immer in alle drei Raumrichtungen möglich, aber Rotation ist bei linearen Molekülen wie z.B. O₂ auf zwei Raumachsen eingeschränkt, während sich gewinkelte Moleküle wie z.B. H₂O um drei Raumachsen drehen können. Die **Vibration** der Atome im Molekül nimmt nur bei **höheren Temperaturen** nennenswerte Energiebeträge auf und führt dann schnell zum **Auseinanderbrechen** des Moleküls, d.h. zu einer **chemischen Reaktion**. Die beiden O-Atome in O₂ können nur in eine Richtung schwingen, die in H₂O aber schon in zwei und im tetraedrischen NH₃ sind Schwingungen in alle drei Raumrichtungen möglich.

Die Zahl der **unabhängig** voneinander möglichen Bewegungsrichtungen eines Teilchens bezeichnet man als **Freiheitsgrad f**. Ein He-Atom hat demnach nur 3 translatorische Freiheitsgrade, ein O₂-Molekül 3 translatorische + 2 rotatorische = 5 Freiheitsgrade und ein H₂O-Molekül 3 translatorische + 3 rotatorische = 6 Freiheitsgrade. Bei steigenden Temperaturen kommen auch bei Molekülen noch Schwingungsfreiheitsgrade hinzu. Dieses „Auftauen“ der Schwingungsfreiheitsgrade mit zunehmender Temperatur wird durch die Temperaturabhängigkeit der molaren isochoren Wärmekapazitäten (vgl. 3.3.10.) verdeutlicht.

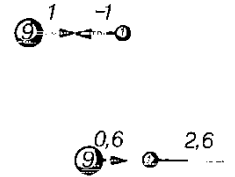
Nach dem **Gleichverteilungssatz** hat ein Teilchen mit dem Freiheitsgrad f bei der Temperatur T die kinetische Energie

$$E_{\text{kin}} = \frac{f}{2} \cdot k \cdot T$$

Die **Boltzmann-Konstante** $k = 1,381 \cdot 10^{23} \text{J} \cdot \text{K}^{-1}$ hat keine physikalische Bedeutung und dient nur zur Umrechnung der Einheit Kelvin auf die Einheit Joule. Der Faktor $\frac{1}{2}$ wird „eingebaut“, damit man z.B. bei der kinetischen Translationsenergie $E_{\text{trans}} =$

$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{3}{2} k \cdot T$ eines einatomigen Teilchens ohne Rotations- und Schwingungsfreiheitsgrade bequem **kürzen** kann.

Die mittlere kinetische Energie eines beliebigen Atoms hängt demnach nur von der absoluten Temperatur T ab und ist unabhängig von der Masse m und der Geschwindigkeit v der Teilchen. Schwere Teilchen müssen also langsamer fliegen als leichte. Um das einzusehen, betrachtet man z.B. den elastischen Stoß zweier Teilchen mit den Massen 9 u und 1 u sowie betragsgleichen Geschwindigkeiten 1 m/s und -1 m/s (siehe rechts). Nach der Kollision ist das schwere Molekül infolge der **Impuls- und Energieerhaltung** langsamer geworden und das leichte schneller.



Die innere kinetische Energie eines idealen Gases mit N Teilchen ist dann $U_{\text{kin}} = N \cdot \frac{f}{2} \cdot k \cdot T$.

Die Teilchenzahl N wird häufig in Mol angegeben, d.h., $N = n \cdot N_A$ mit n = Teilchenzahl in Mol und der **Avogadro-Zahl** $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ Mol}^{-1}$. Die beiden Konstanten fasst man in der **Gaskonstanten** $R = N_A \cdot k = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{Mol}^{-1}$ zusammen. Damit erhält man

$$U_{\text{kin}} = n \cdot R \cdot \frac{f}{2} \cdot T$$

Insbesondere ist die innere kinetische Energie eines idealen Gases unabhängig von Druck und Volumen; sie hängt allein von der Temperatur ab!

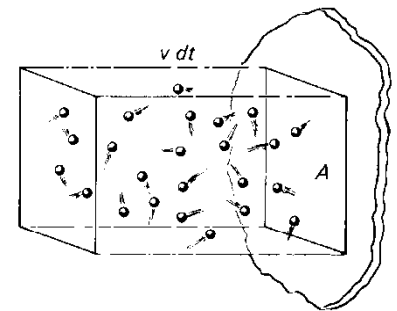
Durch Vergleich mit 2.0.6. erhält man damit die (isochore, siehe 2.1.8.1.) molare **Wärmekapazität** eines idealen Gases mit f Freiheitsgraden:

$$c_v = n \cdot R \cdot \frac{f}{2}$$

Übungen: Aufgaben zum 1. Hauptsatz Nr. 5 - 7

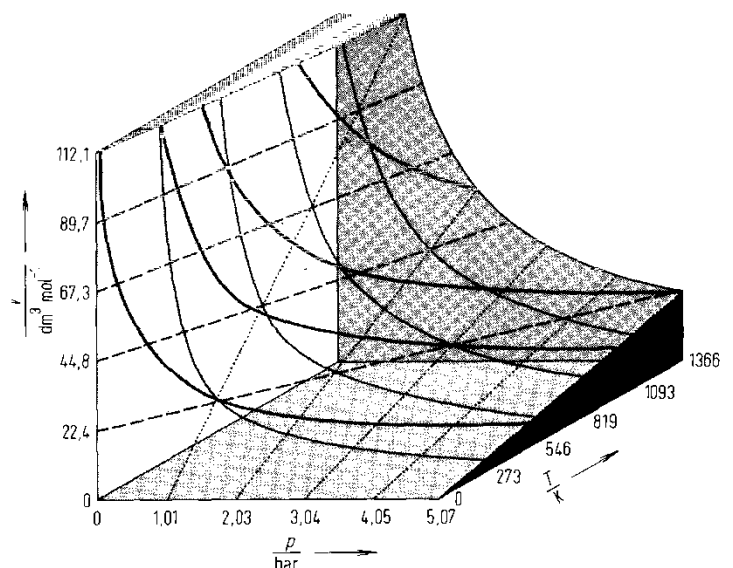
2.1.6. Die Zustandsgleichung idealer Gase

- Der Druck auf die Gefäßwand kommt durch den **Aufprall** der Gasteilchen zustande.
- Je größer die Teilchenzahl n und je kleiner das zur Verfügung stehende Volumen V sind, desto **mehr** Teilchen prallen auf die Gefäßwand. $\Rightarrow p$ ist **proportional** zu n und **antiproportional** zu V .
- Je größer die Temperatur ist, desto größer ist die **Geschwindigkeit** der Teilchen und desto mehr Kraft wird auf die Gefäßwand übertragen: Der **Druck** steigt. $\Rightarrow p$ ist **proportional** zu T .
- Das **ideale Gasgesetz** lautet also $p = R \cdot \frac{1}{V} \cdot n \cdot T \Leftrightarrow \boxed{p \cdot V = n \cdot R \cdot T}$ mit der **Gaskonstante** $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.



Im **p-V-T-Diagramm** rechts ist das **molare Volumen** $v = V/n$ in Abhängigkeit von Temperatur T und Druck p als Höhe dargestellt.

- Linien gleichen Volumens (**Isochoren** mit $\Delta V = 0$) sind gestrichelt,
- Linien gleichen Drucks (**Isobaren** mit $\Delta p = 0$) sind dünn ausgezogen,
- Linien gleicher Temperatur (**Isothermen** mit $\Delta T = 0$) sind normal ausgezogen
- Linien ohne Wärmeaustausch (**Adiabaten** mit $Q = 0$) sind fett ausgezogen.



Übungen: Aufgaben zum 1. Hauptsatz Nr. 8 - 10

2.1.7. Die Volumenarbeit

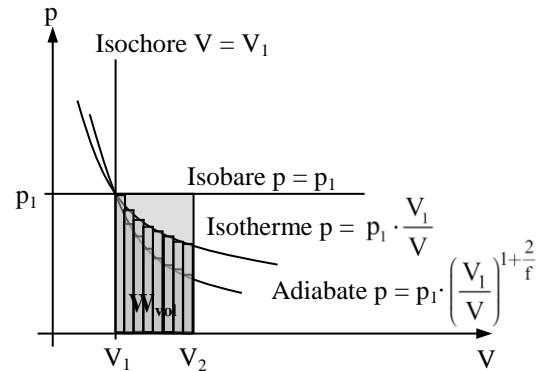
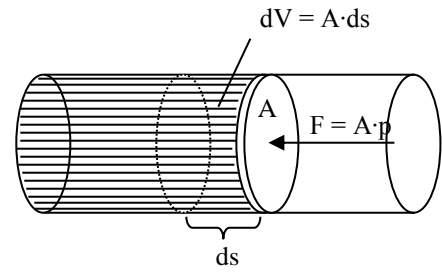
Arbeit $W = F \cdot \Delta s$ wird verrichtet, wenn **makroskopische Körper** der Umgebung mit der **konstanten Kraft F** um die **Strecke Δs** bewegt werden. Dehnt sich ein System **langsam** und bei **konstantem Druck p** um das Volumenelement ΔV aus, so verrichtet es an der Umgebung die **Volumenarbeit**

$$W_{\text{vol}} = -F \cdot \Delta s = -p \cdot A \cdot \Delta s = -p \cdot \Delta V$$

Beachte das **negative Vorzeichen** gemäß 2.1.4.! Im **p-V-Diagramm** entspricht die Volumenarbeit der **Fläche** eines Rechtecks mit der Höhe V und der Breite ΔV . Ändert sich der Druck $p(V)$ in Abhängigkeit vom Volumen V , so geht man zu infinitesimal kleinen Volumenelementen dV über und summiert die entsprechenden Rechteckflächen in einem **Integral**:

$$W_{\text{vol}} = - \int_{V_1}^{V_2} p(V) dV$$

Das p-V-Diagramm ist eine Seitenansicht des p-V-T-Diagramms (siehe 2.1.7.) in Richtung der Temperaturachse. Man kann auch hier die vier Arten von Zustandsänderungen unterscheiden:



2.1.8.1. Isochoren sind **senkrechte** Linien konstanten Volumens ($V = V_1 = V_2$)

Druck und Temperatur bei idealen Gasen: $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$ oder $n \cdot R \cdot \Delta T = \Delta p \cdot V$

Volumenarbeit: $W_{\text{vol}} = 0$

Wärme: $Q = \overset{W=0}{\Delta U} = \overset{\text{ideales Gas}}{\frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T} = \overset{\text{ideales Gas}}{\frac{f}{2} \cdot \Delta p \cdot V}$

2.8.1.2. Isobaren sind **waagrechte** Linien konstanten Drucks ($p = p_1 = p_2$)

Volumen und Temperatur bei idealen Gasen: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1}$ oder $n \cdot R \cdot \Delta T = p \cdot \Delta V$

Volumenarbeit: $W_{\text{vol}} = -p \cdot \Delta V = \overset{\text{ideales Gas}}{-n \cdot R \cdot \Delta T}$

Wärme $Q = \Delta U - W_{\text{vol}} = \overset{\text{ideales Gas}}{\frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T} - n \cdot R \cdot \Delta T = \left(\frac{f}{2} - 1\right) \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$

2.8.1.3. Isothermen sind hyperbelförmige Linien konstanter Temperatur ($T = T_1 = T_2$)

Druck und Volumen bei idealen Gasen: $p(V) = \frac{n \cdot R \cdot T}{V} = p_1 \cdot \frac{V_1}{V}$

Volumenarbeit bei idealen Gasen $W_{\text{vol}} = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{n \cdot R \cdot T}{V} dV = -n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

Wärme bei idealen Gasen: $Q \overset{\Delta U=0}{=} -W_{\text{vol}} = n \cdot R \cdot T \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

2.1.8.4. Adiabaten sind ebenfalls hyperbelförmige, aber steilere Linien für Zustandsänderungen ohne Wärmeaustausch ($Q = 0$)

Volumenarbeit: $W_{\text{vol}} \overset{Q=0}{=} \Delta U = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$

Die Adiabategleichung erhält man aus dem 1. Hauptsatz man durch Trennung der Variablen und Integration:

$$\begin{aligned} dU &= dW \\ \Rightarrow \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot dT &= -p \cdot dV = -\frac{n \cdot R \cdot T}{V} \cdot dV \\ \Rightarrow \frac{f}{2} \frac{1}{T} dT &= -\frac{1}{V} dV \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \frac{f}{2} \int_{T_1}^{T_2} \frac{1}{T} dT = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV$$

$$\Rightarrow \frac{f}{2} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{f}}}$$

Mit $p \cdot V = n \cdot R \cdot T$ ergibt sich weiter

$$\frac{p_2 \cdot V_2}{p_1 \cdot V_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\frac{2}{f}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{1+\frac{2}{f}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{1+\frac{f}{2}}}$$

Im Vergleich zur **Isothermen** $p(V) = p_1 \cdot \frac{V_1}{V}$ verläuft die **Adiabate** $p(V) = p_1 \cdot \left(\frac{V_1}{V}\right)^{1+\frac{2}{f}}$ steiler nach unten und die geleistete Arbeit $W = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot \Delta T$ ist geringer, da sich das Gas bei der Expansion abkühlt, wodurch sich der Druck verringert und weniger Arbeit verrichtet werden kann.

Übungen: Aufgaben zum 1. Hauptsatz Nr. 11 - 18

2.1.8. Wärmekraftmaschinen

Wärmekraftmaschinen wandeln einen möglichst großen Teil der aus einer chemischen oder Kernreaktion gewonnenen Wärme in Arbeit um. Sie finden sich in Form von **Dampfturbinen** in allen Kohle-, Öl- und Kernkraftwerken sowie in Form von **Kolbendampfmaschinen** in Dampflokomotiven. Sie funktionieren alle nach dem gleichen Prinzip:

1. Ein heißes Gas **expandiert** und treibt dabei eine Turbine oder einen Kolben an.
2. Bei der Expansion **kühlt** sich das Gas ab.
3. Das expandierte und abgekühlte Gas wird durch den Druck der laufenden Turbinen bzw. des zurücklaufenden Kolbens wieder in die Wärmequelle gepumpt und dabei wieder **komprimiert**.
4. Eine Wärmequelle (Kernreaktion oder chemische Reaktion) **erwärmt** ein Gas wieder auf die Arbeitstemperatur.

Die Schritte 2 und 3 verhindern, dass die gesamte Wärme in Arbeit umgewandelt werden kann: In Schritt 2 wird nicht nutzbare Abwärme produziert, die in weit sichtbaren Kühltürmen an die Umgebung abgeführt wird. In Schritt 3 wird ein Teil der gewonnenen Arbeit dazu benutzt, um das Gas wieder zurück zu pumpen.

Auch die **Verbrennungsmotoren** in allen Kraftfahrzeugen lassen sich im weiteren Sinn mit diesen vier Schritten beschreiben. Die Abgase werden nicht zurückgeführt, sondern ausgestoßen, womit ein großer Teil Wärme ungenutzt verloren geht. Dafür muss neue Umgebungsluft angesaugt und komprimiert werden, wodurch der Motor gebremst wird bzw. ein Teil der erzeugten Arbeit wieder verloren geht.

Das Verhältnis der nutzbaren Arbeit W zur benötigten Wärme Q ist der **Wirkungsgrad** $\eta = \frac{W}{Q}$. Für die Untersuchung des maximal erreichbaren Wirkungsgrades reversibel und reibungsfrei arbeitender Wärmekraftmaschinen benötigt man **Modellvorstellungen** über die thermodynamischen Vorgänge in einer **Wärmekraftmaschine**. Als Beispiel berechnen wir im nächsten Abschnitt den Wirkungsgrad des klassischen Carnot-Prozesses.

2.1.9. Der Carnot-Prozess

Der Carnotsche Kreisprozess ist eine idealisierte Beschreibung der Arbeitstakte einer **Dampfmaschine**. Er wurde 1824 von dem französischen Ingenieur **Sadi Carnot** formuliert, um den Wirkungsgrad von Dampfmaschinen zu untersuchen und besteht aus den folgenden vier Schritten:

1. **Isotherme Expansion** von (p_1, V_1, T_1) nach (p_2, V_2, T_1) .

Der aus dem Kessel in den Zylinder eingepresste Heissdampf drückt den Kolben heraus. Zunächst kann er die abgegebene Volumenarbeit $-W_{12}$ durch Aufnahme von Wärme Q_{12} aus der Umgebung kompensieren. Der Zylinder kühlt ab aber der Dampf behält seine Temperatur bzw. Energie $U_1 = U_2$:

$$Q_{12} = -W_{12} = n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$

2. **Adiabatische Expansion** von (p_2, V_2, T_1) nach (p_3, V_3, T_2) .

Die abgekühlte Umgebung liefert keine Wärme mehr ($Q_{23} = 0$), so dass die restliche Expansionsarbeit $-W_{23}$ aus der inneren Energie des Dampfes selbst geleistet werden muss, welcher dabei abkühlt:

$$-W_{23} = \Delta U_{23} = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_2 - T_1).$$

3. **Isotherme Kompression** von (p_3, V_3, T_2) zu (p_4, V_4, T_2) .

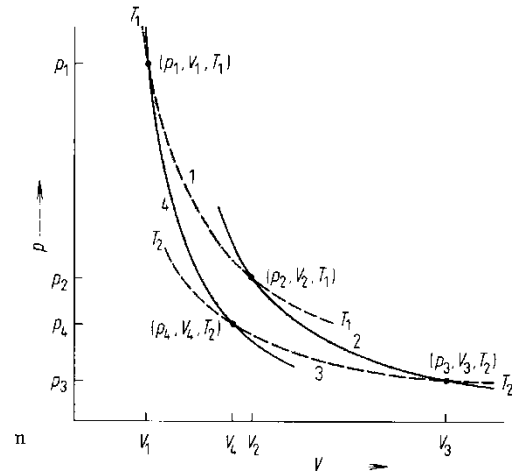
Der expandierte und abgekühlte Dampf wird zurück in den Kessel gedrückt. Die zugeführte Volumenarbeit $-W_{34}$ wird durch Wärmeabgabe Q_{34} kompensiert: Die innere Energie und die Temperatur des Dampfes bleiben gleich aber der Zylinder und die Zuleitungen erhitzen sich.

$$Q_{34} = -W_{34} = n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right).$$

4. **Adiabatische Kompression** von (p_4, V_4, T_2) zu (p_1, V_1, T_1) .

Der Dampf wird im Kessel erhitzt. Eigentlich handelt es sich also um eine isochore Erwärmung auf einer senkrechten Linie im p - V -Diagramm von T_2 nach T_1 . Um die Berechnung des Wirkungsgrades zu vereinfachen (!), wird bei Carnot die innere Energie bzw. Temperatur nicht durch Wärme, sondern durch Volumenarbeit $-W_{41}$ wieder regeneriert:

$$-W_{41} = \Delta U_{41} = \frac{f}{2} \cdot n \cdot R \cdot (T_1 - T_2) = W_{23}.$$



Die bei dem Prozess insgesamt **gewonnene Arbeit** ist dann wegen $-W_{41} = W_{23}$

$$\begin{aligned} -W &= -W_{12} - W_{23} - W_{34} - W_{41} \\ &= n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + n \cdot R \cdot T_2 \cdot \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right). \end{aligned}$$

Aus den **Adiabatengleichungen** ergibt sich im 2. Schritt $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\frac{2}{f}}$ und im 4. Schritt $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\frac{2}{f}}$,

also $\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\frac{2}{f}} = \left(\frac{V_4}{V_1}\right)^{\frac{2}{f}} \Leftrightarrow \frac{V_3}{V_2} = \frac{V_4}{V_1} \Leftrightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$. Durch Einsetzen vereinfacht sich die Arbeit zu

$$-W = n \cdot R \cdot (T_1 - T_2) \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$

Für den **Wirkungsgrad η** erhält man

$$\eta = \frac{|W|}{|Q_{12}|} = \frac{n \cdot R \cdot (T_1 - T_2) \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{n \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

Der Wirkungsgrad hängt also allein vom Verhältnis der Temperaturen ab und wird mit steigender Heiztemperatur T_1 und sinkender Kühltemperatur T_2 anwachsen. Die Heiztemperatur T_1 ist u.a. durch die entsprechend hohen Drücke in den Heizrohren aus technischen Gründen nach oben begrenzt. Andererseits kann die Kühltemperatur niemals 0 K erreichen, da die Wärme immer vom wärmeren zum kälteren Körper fließt, d.h. um den Kühler auf $T_2 = 0$ K abzukühlen, bräuchte man einen weiteren Kühler mit einer Temperatur $T_3 < 0$ K. **Die zugeführte Wärme Q_{12} kann also niemals vollständig in Arbeit umgewandelt werden: es gibt keine Carnot-Maschine mit Wirkungsgrad 100 %.**

Übungen: Aufgaben zum 1. Hauptsatz Nr. 19 - 22