

3.4. Induktion

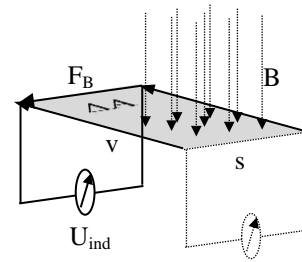
3.4.1. Die Induktionsspannung in einem bewegten Leiter

Leiter mit Voltmeter vor Magnet bewegen

Bewegt sich ein Leiter der Länge d **senkrecht** zu den Feldlinien mit der konstanten Geschwindigkeit v , so wirkt auf eine Ladungen Q in diesem Leiter die Lorentzkraft $F_B = Q \cdot v \cdot B$ und erzeugt in diesem Leiter eine

$$\text{Induktionsspannung } U_{\text{ind}} = \frac{W}{Q} = \frac{F_L \cdot s}{Q} = v \cdot B \cdot s.$$

Übungen: Aufgaben zur Induktion Nr. 1



3.4.2. Die Richtung der Induktionsspannung und die Lenzsche Regel

Magnet durch Alurohr fallen lassen, Wirbelstrombremse im Elektromagnet

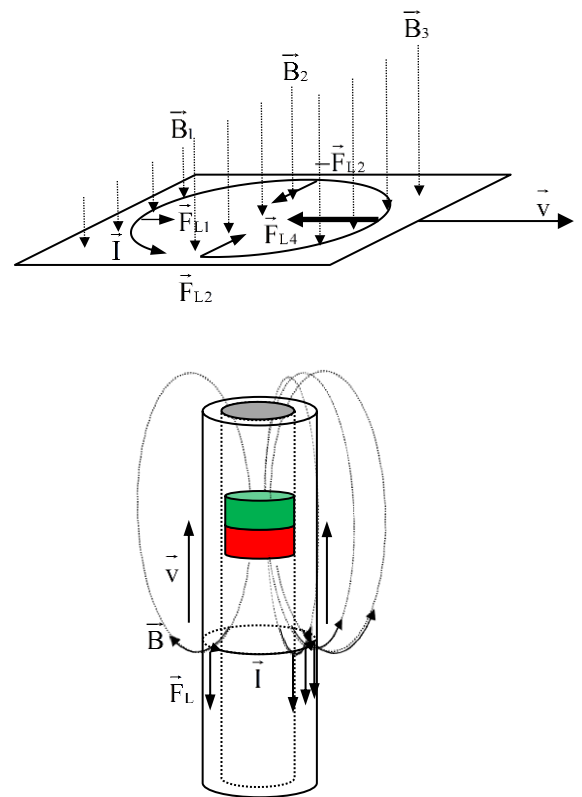
Die **Induktionsspannung ist immer ihrer Ursache entgegengesetzt**, sonst würde sich ein Leiter im Magnetfeld von selbst beschleunigen und man hätte im Widerspruch zum **Energieerhaltungssatz** eine unerschöpfliche Energiequelle gefunden. Diese **Lenzsche Regel** ist die Grundlage der **Wirbelstrombremsen** in allen Schienenfahrzeugen:

Beim Eintritt eines Metallstückes in ein Magnetfeld wird ein **Wirbelstrom** \vec{I} induziert. In der vorderen Hälfte des Wirbelstroms sind das Magnetfeld \vec{B}_3 und damit auch die der Bewegung \vec{v} entgegengesetzte Lorentzkraft \vec{F}_{L3} stärker als in der hinteren Hälfte, wo das Magnetfeld \vec{B}_1 und die beschleunigende Lorentzkraft \vec{F}_{L1} schwächer ausgeprägt sind.

Bei dem **Magnet im Aluminiumrohr** wird ein **Kreisstrom** \vec{I} induziert, dessen Ladungsträger gegen die nach oben gerichtete Relativbewegung \vec{v} des Rohres nach unten abgelenkt werden. Wenn die nach oben gerichtete Bewegung des Rohres nach unten gebremst wird, muss nach dem 3. Newtonschen Axiom die nach unten gerichtete Bewegung des Magneten nach oben gebremst werden.

Solche sich der Bewegung oder Änderung (siehe 3.4.4.) widersetzen Induktionsströme werden in allen Materialien je nach Beweglichkeit der Elektronen induziert und **schwächen** das äußere Magnetfeld. Insbesondere die meisten Metalle haben daher eine **Permeabilitätszahl** $\mu_r < 1$ und werden **diamagnetisch** genannt. Nur bei **ferro- und paramagnetischen** Materialien werden diese induzierten Kreisströme durch die viel stärkeren schon existierenden Kreisströme ungepaarter Elektronen überlagert, welche das äußere Magnetfeld bedeutend **verstärken** und zu Permeabilitätszahlen $\mu_r > 1$ führen. (siehe 3.3.4.4.)

Übungen: Aufgaben zur Induktion Nr. 2 - 4



3.4.3. Wechselstrom

Dreht man eine Leiterschleife mit **Radius** r mit der **Winkelgeschwindigkeit** ω um eine Achse senkrecht zu einem Magnetfeld mit der **Flussdichte** B , so bewegt sich der achsenparallele Leiterabschnitt mit der **Geschwindigkeit** $v = \omega r$.

Für die **Lorentzkraft** ist aber nur die Geschwindigkeitskomponente wirksam, welche **senkrecht zum Magnetfeld** steht. Wenn die Leiterschleife den Winkel $\alpha = \omega t$ zur Waagrechten bildet, ist dies der Anteil $v_n = \sin(\alpha) \cdot v = \sin(\omega t) \cdot \omega \cdot r$.

Wenn der achsenparallele Leiterabschnitt die Länge s besitzt, ist die induzierte Spannung

$$U_{\text{ind}} = v_n \cdot B \cdot s = \sin(\omega t) \cdot \omega r \cdot B \cdot s.$$

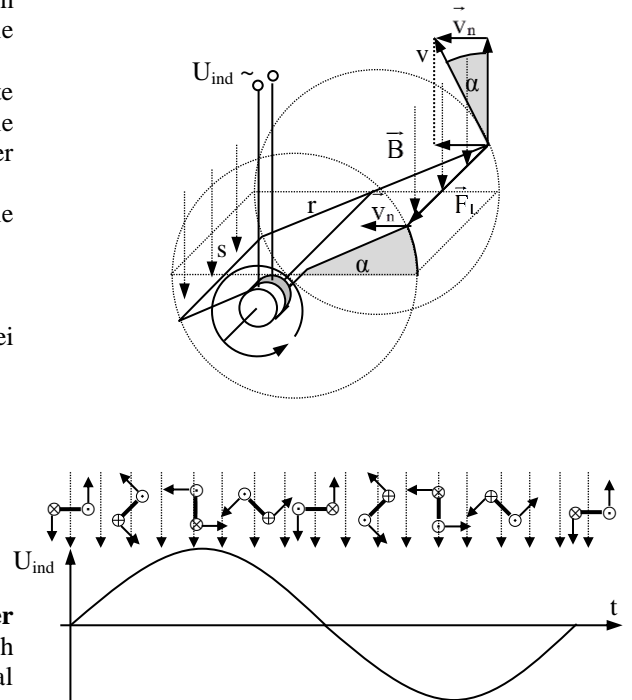
Durch den gegenüberliegenden Abschnitt verdoppelt sie sich und bei n Windungen erhält man

$$U_{\text{ind}} = 2n \cdot \sin(\omega t) \cdot \omega r \cdot B \cdot s.$$

Mit der **Fläche** $A = 2rs$ der Leiterschleife ergibt sich schließlich

$$U_{\text{ind}} = n \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \cdot A \cdot B$$

Wenn man keinen Kommutator, sondern zwei **hintereinander liegende Schleifkontakte** wie im Bild oben verwendet, handelt es sich um eine **Wechselspannung**, die ihre Polung in jeder Periode zweimal wechselt.



Die meisten Verbraucher wie z.B. Leuchten und Heizgeräte lassen sich mit Wechselspannung ebenso gut betreiben wie mit Gleichspannung. **Elektromotoren** lassen sich mit Wechselspannung betreiben, wenn man die Permanentmagneten durch Elektromagneten ersetzt, die das Magnetfeld im gleichen Takt wie der Strom durch die Ankerspulen umpolen. Die **Widerstände** vieler Geräte sind bei Wechselspannung sogar geringer als bei Gleichspannung.

Übungen: Aufgaben zur Induktion Nr. 5

3.4.4. Die Induktionsspannung veränderlicher Magnetfelder

Auch in einem **ruhenden Leiter** kann eine Spannung induziert werden, wenn sich das Magnetfeld mit der Rate $\dot{B} = \frac{\Delta B}{\Delta t}$ verändert. Man kann sich vorstellen, dass die Ladungen im Leiter das an bzw. abschwellende Magnetfeld als Bewegung in ein Magnetfeld hinein oder aus einem Magnetfeld heraus „wahrnehmen“.

In diesem Fall ist die Induktionsspannung $U_{\text{ind}} = -A \cdot \dot{B}$. Das **Minuszeichen** bringt die **Lenzsche Regel** zum Ausdruck: Abnehmende Magnetfelder werden verstärkt, zunehmende geschwächt.

Induktion entsteht also immer, wenn sich Magnetfeld B oder überdeckte Fläche A ändern. Das Produkt dieser beiden Größen ist ein Maß für die Zahl der Feldlinien, welche die Fläche A durchsetzen und heißt **magnetischer Fluss** $\Phi = B \cdot A$.

Das **Induktionsgesetz** für die in n **Leiterschleifen** durch einen zeitlich wechselnden **magnetischen Fluss** Φ mit der **Änderungsrate** $\dot{\Phi}$ induzierte Spannung U_{ind} schreibt man dann kurz in der Form

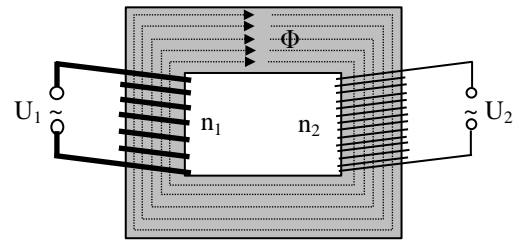
$$U_{\text{ind}} = -n \cdot \dot{\Phi}$$

Übungen: Aufgaben zur Induktion Nr. 6

3.4.5. Transformatoren

Ein Transformator besteht aus einem Eisenkern, der von zwei getrennten Spulen mit den Windungszahlen n_1 und n_2 umwickelt ist. Bei Anlegen einer Wechselspannung an einer der beiden Spulen wird ein magnetischer Wechselfluss Φ im Eisenkern erzeugt, der beide Spulen durchsetzt. Im **unbelasteten Zustand** gilt dann nach dem

Induktionsgesetz $U_1 = -n_1 \cdot \dot{\Phi}$ und $n_2 \cdot \dot{\Phi} = U_2$, also $\frac{U_1}{n_1} = \Phi = \frac{U_2}{n_2}$



bzw. $\frac{U_1}{U_2} = \frac{n_1}{n_2}$ (**Transformatorgleichung**).

Durch die Sekundärwicklung fließt kein Strom und es wird keine Leistung übertragen. Der Strom I_{10} in der Primärwicklung ist ein **reiner Blindstrom** mit Phasenverschiebung $\varphi_{10} = 90^\circ$.

Im **belasteten Zustand** fließt auf der Sekundärseite ein Strom I_2 und erzeugt die **zusätzlichen Flussdichte** $B' = \mu n_2 I_2$. Diese zusätzliche Flussdichte muss auf der Primärseite durch einen **zusätzlichen Wirkstrom** I_1' kompensiert werden, für den entsprechend gilt $B' = \mu n_1 I_1'$. Für die Wirkströme im belasteten Transformator gilt daher die Beziehung

$$\frac{I_1'}{I_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

Bei hoher Belastung (Kurzschluss) kann der Blindstrom I_{10} vernachlässigt werden.

Man kann auch über die **Leistung** argumentieren: Die Spannungen U_1 bzw. U_2 sind über die gesamten Flussdichte B gekoppelt und **gleichphasig**. Die **zusätzlichen Wirkströme** I_1' und I_2 sind über die zusätzliche Flussdichte B' ebenfalls gekoppelt und mit der gleichen Phase φ gegenüber U_1 bzw. U_2 verschoben. Wird auf der Sekundärseite Leistung $P = U_2 I_2 \cos(\varphi)$ entnommen, so muss diese durch den **zusätzlichen Wirkstrom** I_1' auf der Primärseite zugeführt worden sein: $P = U_1 I_1' \cos(\varphi)$. Man erhält wieder

$$\frac{I_1'}{I_2} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

Übungen: Aufgaben zur Induktion Nr. 7 - 9

3.4.6. Selbstinduktion

Eine Spule, die von Wechselstrom durchflossen wird, induziert nicht nur in benachbarten Leitern, sondern vor allem auch **in sich selbst** eine Induktionsspannung $U_{\text{ind}} = -n \dot{\Phi} = -n \cdot A \cdot \dot{B}$.

Nach 3.3.4.3. herrscht in einer Spule mit n Windungen, einem Kern mit der Permeabilitätszahl μ_r und der Länge s , die von einem Strom mit der Stärke I durchflossen wird, die magnetische Flussdichte $B = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot n \cdot I}{s}$.

Da alle anderen Größen konstant bleiben, ist die Änderungsrate der Flussdichte dann auch proportional zur Änderungsrate des Wechselstroms: $\dot{B} = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot n \cdot \dot{I}}{s}$.

Durch Einsetzen erhält man

$$U_{\text{ind}} = -L \dot{I} \text{ mit der Induktivität } L = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot n^2 \cdot \frac{A}{s}$$

Übungen: Aufgaben zur Induktion Nr. 10 - 12