

3.5. Aufgaben zur Wechselstromtechnik

Aufgabe 1: Zeigerdiagramme

Formuliere die Gleichungen für die Realteile von $U(t)$ sowie $I(t)$ und zeichne ein gemeinsames Zeigerdiagramm für Spannung sowie Stromstärke, wenn die folgenden Elemente an eine Sinuswechselspannung mit Spitzenwert $U_0 = 311 \text{ V}$ und Frequenz $f = 50 \text{ Hz}$ angeschlossen werden. Lläuft der Strom vor, gleich oder nach?

- Ein ohmscher Widerstand mit $R = 300 \text{ } \Omega$
- Ein Kondensator mit der Kapazität $C = 20 \text{ } \mu\text{F}$
- Eine Spule mit der Induktivität $L = 500 \text{ mH}$.

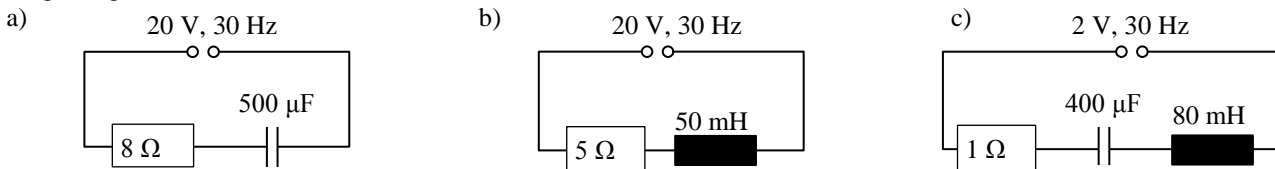
Aufgabe 2: Impedanzen

Berechne die Impedanzen der folgenden Bauelemente und gib an, ob es sich um Blind- oder um Wirkwiderstände handelt. Formuliere den Strom $I(t)$ als komplexwertige GröÙe in Polarform und zeichne ein gemeinsames Zeigerdiagramm für Spannung sowie Stromstärke, wenn die folgenden Elemente an eine Sinuswechselspannung $U(t) = U_0 \cdot e^{j\omega t}$ mit Spitzenwert $U_0 = 311 \text{ V}$ und Frequenz $f = 50 \text{ Hz}$ angeschlossen werden.

- Ein ohmscher Widerstand mit $R = 200 \text{ } \Omega$
- Ein Kondensator mit der Kapazität $C = 30 \text{ } \mu\text{F}$
- Eine Spule mit der Induktivität $L = 400 \text{ mH}$.

Aufgabe 3: Reihenschaltung

Berechne die Stromstärke I_{ges} und die Teilspannungen U_R , U_C und U_L sowie die Phasenverschiebung φ für die folgenden Reihenschaltungen. Zeichne die Teilspannungen U_R , U_C und U_L und die Gesamtspannung $U_{\text{ges}} = U_R + U_C + U_L$ in ein Zeigerdiagramm.

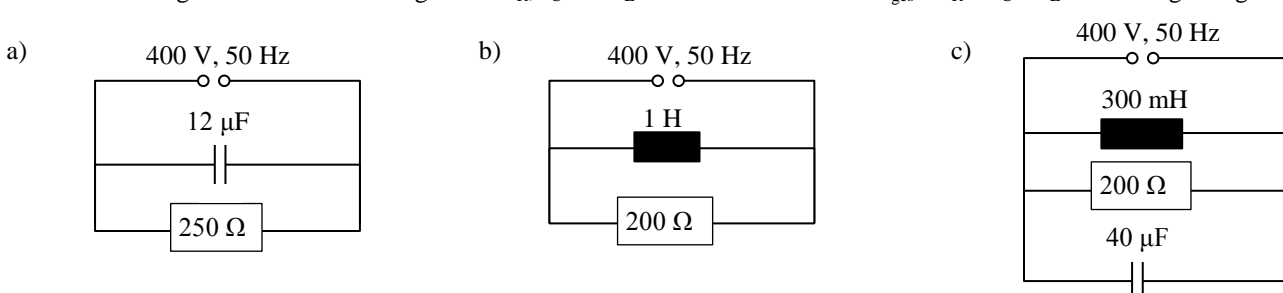


Aufgabe 4: Reihenschaltung

- Eine Spule mit dem ohmschen Widerstand $R = 1350 \text{ } \Omega$ und der Induktivität $L = 4,46 \text{ H}$ ist an eine Stromquelle mit der maximalen Spannung $U_0 = 311 \text{ V}$ und $f = 50 \text{ Hz}$ angeschlossen. Berechne die maximale Stromstärke und die Phasenverschiebung φ .
- Um den ohmschen Widerstand R und die Induktivität L einer Spule zu bestimmen, werden zwei Messungen durchgeführt: Bei einer Gleichspannung von $U_0 = 20 \text{ V}$ fließt ein Strom von $I_0 = 5 \text{ A}$ und bei einer Wechselspannung mit Maximalwert $U_0 = 311 \text{ V}$ mit $f = 50 \text{ Hz}$ fließt ein Strom mit Maximalwert $I_0 = 4,24 \text{ A}$. Wie groß sind R und L ?

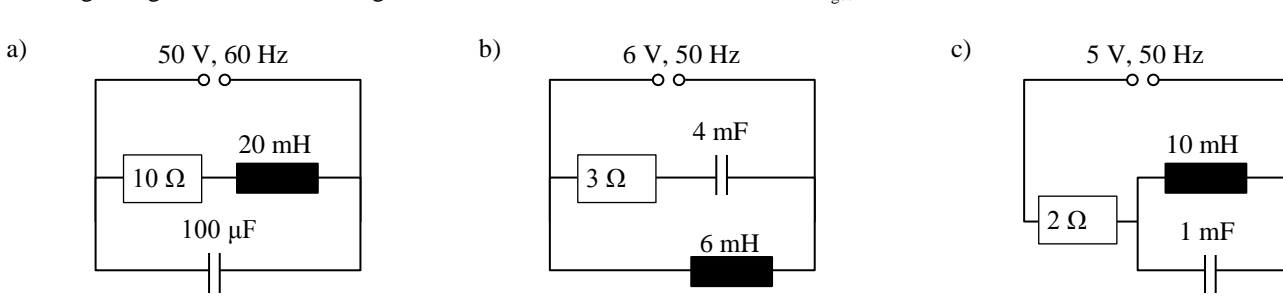
Aufgabe 5: Parallelschaltung

Berechne die Stromstärke I_{ges} und die Zweigströme I_R , I_C und I_L sowie die Phasenverschiebung φ für die folgenden Parallelschaltungen. Zeichne die Zweigströme I_R , I_C und I_L und den Gesamtstrom $I_{\text{ges}} = I_R + I_C + I_L$ in ein Zeigerdiagramm.



Aufgabe 6: Parallel- und Reihenschaltung

Berechne die Impedanz Z , die Stromstärke I_{ges} und die Phasenverschiebung φ für die folgenden Schaltungen. Zeichne jeweils ein Zeigerdiagramm mit den Zweigströmen I_1 und I_2 und dem Gesamtstrom $I_{\text{ges}} = I_1 + I_2$.



Aufgabe 7: Frequenzfilter

Berechne die Stromstärke I_{ges} und die Teilspannungen U_R , U_C und U_L sowie die Phasenverschiebung φ für die Bauteile aus Aufgabe 6 c) in **Reihenschaltung**. Zeichne die Teilspannungen U_R , U_C und U_L und die Gesamtspannung $U_{\text{ges}} = U_R + U_C + U_L$ in ein Zeigerdiagramm. Vergleiche mit der Parallelschaltung in Aufgabe 6 c) und begründe, warum man LC-Kombinationen als **Frequenzfilter** bezeichnet: In Parallelschaltung (**Sperrkreis**) sperren sie die zu filternde Frequenz, in Reihenschaltung (**Sieb-kette**) lassen sie diese Frequenz bevorzugt durch.

Aufgabe 8: Leistung und Effektivwerte

- Berechne jeweils die Wirkleistung P_W und die Blindleistung P_B in den Schaltkreisen aus den Aufgaben 4 – 6.
- An welcher Stelle des Stromkreises wird die Wirkleistung in Wärme umgesetzt?
- An welcher Stelle des Stromkreises wird auch ein Teil der Blindleistung in Wärme umgesetzt?
- Wovon hängt es ab, wie viel Blindleistung als Wärmeleistung verloren geht?

Aufgabe 9: Leistung und Effektivwerte

Ein Elektromagnet wird mit Wechselstrom der Effektivspannung $U_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$ und der Effektivstromstärke $I_{\text{eff}} = 10 \text{ A}$ betrieben. Ein Wattmeter zeigt die Wirkleistung $P_W = 600 \text{ W}$ an.

- Berechne die Scheinleistung P , den Leistungsfaktor $\cos(\varphi)$ und die Phasenverschiebung φ ?
- Wie groß sind der ohmsche Widerstand R und die Impedanz Z_L des Magneten?

Aufgabe 10: Leistung und Effektivwerte

Ein Elektromotor wird mit der Effektivspannung $U_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$ bei einer Stromstärke $I_{\text{eff}} = 9 \text{ A}$ betrieben. Der Leistungsfaktor ist $\cos(\varphi) = 0,8$ und der Wirkungsgrad (= Verhältnis der abgegebenen mechanischen Leistung P_M zur aufgenommenen Leistung P) ist $\eta = 0,82$.

- Berechne die aufgenommene Scheinleistung P und die Wirkleistung P_W .
- Wie groß sind die abgegebenen mechanische Leistung P_m und die abgeführte Wärmeleistung $P_{\text{Wärme}}$?

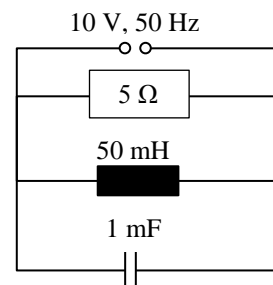
Aufgabe 11: Leistung und Effektivwerte

Ein Notstromgenerator eines Krankenhauses hat die Ausgangsspannung $U_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$ und die Ausgangsleistung $P = 180 \text{ kW}$ bei einem Wirkungsgrad $\eta = 0,9$.

- Wie ist der Wirkungsgrad in diesem Fall sinnvollerweise definiert und welche mechanische Leistung nimmt das Kraftwerk auf?
- Wie groß ist die Effektivstromstärke bei einem Leistungsfaktor von $\cos(\varphi) = 0,86$?

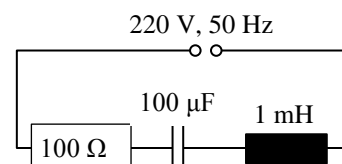
Aufgabe 12: Frequenzabhängigkeit der Impedanz beim Sperrkreis

- Berechne die gesamte Impedanz Z_{eff} und die Phasenverschiebung φ für die nebenstehende Schaltung bei $U_{\text{eff}} = 10 \text{ V}$ und $f = 50 \text{ Hz}$
- Bei welcher Frequenz f_0 verschwindet der Blindwiderstand und wie groß ist dann der Wirkwiderstand?
- Zeichne jeweils ein Zeigerdiagramm für die Zweigströme bei den Frequenz f und f_0
- Warum nennt man eine Parallelschaltung aus Spule und Kondensator „Sperrkreis“? Was wird gesperrt und was wird durchgelassen?
- Wie groß ist die Wirkleistung bei den Frequenzen f und f_0 ?
- Nun wird die Stromquelle abgeklemmt. Warum fließt weiterhin Strom?
- In welchen Zweigen fließt Strom? Um welche Art von Schaltung handelt es sich jetzt?



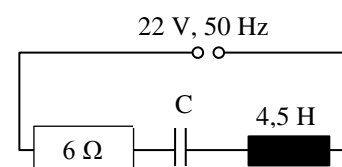
Aufgabe 13: Frequenzabhängigkeit der Impedanz bei der Siebkette

- Berechne die gesamte Impedanz Z_{eff} und die Phasenverschiebung φ für die nebenstehende Schaltung bei $U_{\text{eff}} = 220 \text{ V}$ und $f = 50 \text{ Hz}$
- Bei welcher Frequenz f_0 verschwindet der Blindwiderstand und wie groß ist dann der Wirkwiderstand?
- Zeichne jeweils ein Zeigerdiagramm für die Teilspannungen bei den Frequenz f und f_0
- Warum nennt man eine Reihenschaltung aus Spule und Kondensator „Siebkette“? Was wird durchgelassen und was wird rausgesiebt?
- Wie groß ist die Wirkleistung bei den Frequenzen f und f_0 ?



Aufgabe 14: Frequenzeinstellung bei einer Siebkette

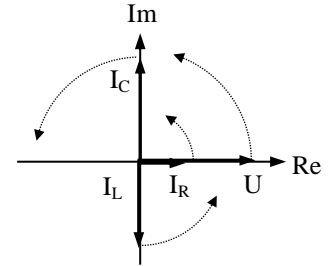
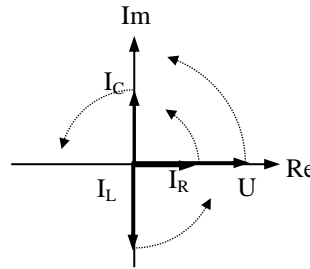
Wie groß muss die Kapazität C in der Schaltung rechts gewählt werden, damit die Frequenz $f_0 = 50 \text{ Hz}$ herausgesiebt wird?



3.5. Lösungen zu den Aufgaben zur Wechselstromtechnik

Aufgabe 1: Zeigerdiagramme

- a) $I_R(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t)$ mit $I_0 = \frac{U_0}{R} = 1,03 \text{ A}$: Strom läuft gleich
 b) $I_C(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t + 90^\circ)$ mit $I_0 = \omega C U_0 \approx 2,03 \text{ A}$: Strom läuft vor
 c) $I_L(t) = I_0 \cdot \cos(\omega t - 90^\circ)$ mit $I_0 = \frac{U_0}{\omega L} \approx 2,06 \text{ A}$: Strom läuft nach

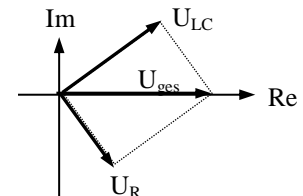
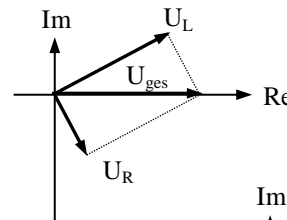
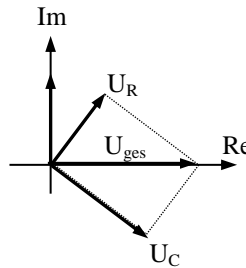


Aufgabe 2: Impedanzen

- a) $I_R(t) = I_0 \cdot e^{i\omega t}$ mit $I_0 = \frac{U_0}{R} = 1,56 \text{ A}$: Strom läuft gleich
 b) $I_C(t) = I_0 \cdot e^{i(\omega t + 90^\circ)}$ mit $I_0 = \omega C U_0 \approx 2,93 \text{ A}$: Strom läuft vor
 c) $I_L(t) = I_0 \cdot e^{i(\omega t - 90^\circ)}$ mit $I_0 = \frac{U_0}{\omega L} \approx 2,47 \text{ A}$: Strom läuft nach

Aufgabe 3: Reihenschaltung:

- a) $Z \approx (8 - 10,61i) \Omega \approx 13,29 \cdot e^{-i53,0^\circ} \Omega$
 $\Rightarrow I_{\text{ges}} = \frac{U}{Z} \approx 1,51 \cdot e^{i(\omega t + 53,0^\circ)} \text{ A}$ (Strom läuft vor)
 $\Rightarrow U_R = R \cdot I_{\text{ges}} \approx 12,1 \cdot e^{i(\omega t + 53,0^\circ)} \text{ V}$
 $\Rightarrow U_C = \frac{I_{\text{ges}}}{i\omega C} \approx 16,0 \cdot e^{i(\omega t + 53,0^\circ - 90^\circ)} \text{ V}$
 b) $Z \approx (5 + 9,42i) \Omega \approx 10,67 \cdot e^{i62,0^\circ} \Omega$
 $\Rightarrow I_{\text{ges}} = \frac{U}{Z} \approx 1,87 \cdot e^{i(\omega t - 62,0^\circ)} \text{ A}$ (Strom läuft nach)
 $\Rightarrow U_R = R \cdot I_{\text{ges}} \approx 9,4 \cdot e^{i(\omega t - 62,0^\circ)} \text{ V}$
 $\Rightarrow U_L = i\omega L \cdot I_{\text{ges}} \approx 17,4 \cdot e^{i(\omega t - 62,0^\circ + 90^\circ)} \text{ V}$
 c) $Z_{\text{ges}} \approx (1 + 1,82i) \Omega \approx 2,07 \cdot e^{i61,2^\circ} \Omega$
 $\Rightarrow I_{\text{ges}} = \frac{U}{Z_{\text{ges}}} \approx 0,96 \cdot e^{i(\omega t - 61,2^\circ)} \text{ A}$ (Strom läuft nach)
 $\Rightarrow U_R = R \cdot I_{\text{ges}} \approx 0,96 \cdot e^{i(\omega t - 61,2^\circ)} \text{ V}$
 $\Rightarrow U_{LC} = \left(i\omega L + \frac{1}{i\omega C} \right) I_{\text{ges}} \approx 1,75 \cdot e^{i(\omega t - 61,2^\circ + 90^\circ)} \text{ V}$

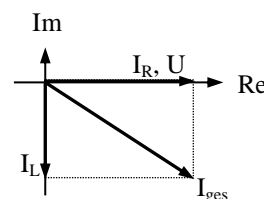
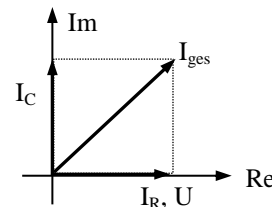


Aufgabe 4: Reihenschaltung

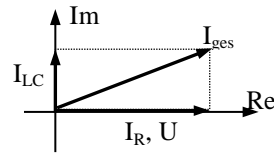
- a) $I_{\text{ges}} = \frac{U}{R + i\omega L} \approx 0,16 \cdot e^{i(\omega t - 46,1^\circ)} \text{ A}$
 b) $R = \frac{U_-}{I_-} = 4 \Omega$ und $L = \frac{U_{\sim}}{\omega I_{\sim}} \approx 0,233 \text{ H}$.

Aufgabe 5: Parallelschaltung:

- a) $Y_{\text{ges}} = \frac{1}{R} + i\omega C \approx (4 + 3,78i) \cdot 10^{-3} \Omega^{-1} \approx 5,50 \cdot 10^{-3} \cdot e^{i43,3^\circ} \Omega^{-1}$
 $\Rightarrow I_{\text{ges}} = Y_{\text{ges}} \cdot U \approx 2,20 \cdot e^{i(\omega t + 43,3^\circ)} \text{ A}$ (Strom läuft vor)
 $\Rightarrow I_R = \frac{U}{R} = 1,6 \cdot e^{i\omega t} \text{ A}$
 $\Rightarrow I_C = i\omega C \cdot U \approx 1,51 \cdot e^{i(\omega t + 90^\circ)} \text{ A}$
 b) $Y_{\text{ges}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{i\omega L} \approx (5 - 3,18i) \cdot 10^{-3} \Omega^{-1} \approx 5,93 \cdot 10^{-3} \cdot e^{-i32,5^\circ} \Omega^{-1}$
 $\Rightarrow I_{\text{ges}} = Y_{\text{ges}} \cdot U \approx 2,37 \cdot e^{i(\omega t - 32,5^\circ)} \text{ A}$ (Strom läuft nach)
 $\Rightarrow I_R = \frac{U}{R} = 2 \cdot e^{i\omega t} \text{ A}$
 $\Rightarrow I_C = \frac{U}{i\omega L} \approx 1,27 \cdot e^{i(\omega t - 90^\circ)} \text{ A}$

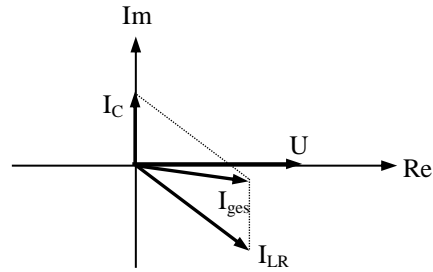


$$\begin{aligned}
 \text{c) } Y_{\text{ges}} &\approx (5 + 1,96i) \cdot 10^{-3} \Omega^{-1} \approx 5,37 \cdot 10^{-3} \cdot e^{i21,4^\circ} \Omega^{-1} \\
 &\Rightarrow I_{\text{ges}} = Y_{\text{ges}} \cdot U \approx 2,15 \cdot e^{i(\omega t + 21,4^\circ)} \text{ A (Strom läuft vor)} \\
 &\Rightarrow I_R = \frac{U}{R} = 2 \cdot e^{i\omega t} \text{ A} \\
 &\Rightarrow I_{LC} = \left(i\omega C + \frac{1}{i\omega L} \right) \cdot U \approx 0,78 \cdot e^{i(\omega t - 90^\circ)} \text{ A}
 \end{aligned}$$



Aufgabe 6: Parallel- und Reihenschaltung

$$\begin{aligned}
 \text{a) } Y_{RL} &= \frac{1}{R + i\omega L} \approx 0,080 \cdot e^{-i37,0^\circ} \Omega^{-1} \Rightarrow I_{RL} \approx 3,99 \cdot e^{i(\omega t - 37^\circ)} \text{ A} \\
 Y_C &= i\omega C \approx 0,038 \cdot e^{i90^\circ} \Omega^{-1} \Rightarrow I_C \approx 1,88 \cdot e^{i(\omega t + 90^\circ)} \text{ A} \\
 Y_{\text{ges}} &= Y_{LR} + Y_C \approx 0,065 \cdot e^{-i9,24^\circ} \Omega^{-1} \Rightarrow I_{\text{ges}} \approx 3,23 \cdot e^{i(\omega t - 9,24^\circ)} \text{ A} \\
 Z_{\text{ges}} &= \frac{1}{Y_{\text{ges}}} \approx 15,48 \cdot e^{i9,24^\circ} \Omega \Rightarrow \text{und } \varphi \approx -9,24^\circ \text{ (Strom läuft nach)}
 \end{aligned}$$

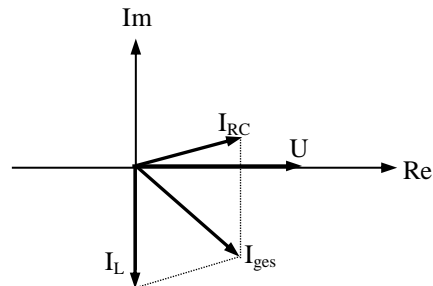


$$\text{b) } Y_{RC} = \frac{1}{R + \frac{1}{i\omega C}} \approx 0,322 \cdot e^{i14,9^\circ} \Omega^{-1} \Rightarrow I_{RC} \approx 1,93 \cdot e^{i(\omega t + 14,9^\circ)} \text{ A}$$

$$Y_L = \frac{1}{i\omega L} \approx 0,531 \cdot e^{-i90^\circ} \Omega^{-1} \Rightarrow I_L \approx 3,18 \cdot e^{i(\omega t - 90^\circ)} \text{ A}$$

$$Y_{\text{ges}} = Y_{RC} + Y_L \approx 0,546 \cdot e^{-i55,2^\circ} \Omega^{-1} \Rightarrow I_{\text{ges}} \approx 3,28 \cdot e^{i(\omega t - 55,2^\circ)} \text{ A}$$

$$Z_{\text{ges}} = \frac{1}{Y_{\text{ges}}} \approx 1,83 \cdot e^{i55,18^\circ} \Omega \text{ und } \varphi \approx -55,2^\circ \text{ (Strom läuft nach)}$$



$$\text{c) } Y_L = \frac{1}{i\omega L} \approx 0,32 \cdot e^{-i90^\circ} \Omega^{-1}.$$

$$Y_C = i\omega C \approx 0,31 \cdot e^{i90^\circ} \Omega^{-1}.$$

$$Y_{LC} = Y_L + Y_C \approx 0,004 \cdot e^{-i90^\circ} \Omega^{-1}.$$

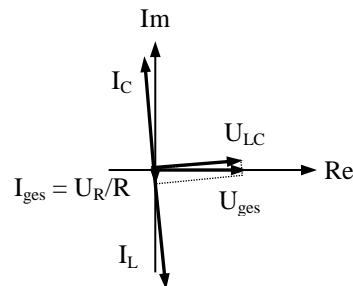
$$Z_{LC} = \frac{1}{Y_{LC}} \approx 240,9 \cdot e^{i90^\circ} \Omega.$$

$$Z_{\text{ges}} = R + Z_{LC} \approx 240,9 \cdot e^{i89,5^\circ} \Omega \Rightarrow I_{\text{ges}} = \frac{U}{Z_{\text{ges}}} = 0,02 \cdot e^{i(\omega t - 89,5^\circ)} \text{ A}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Teilspannungen } U_R &= R \cdot I_{\text{ges}} \approx 0,04 \cdot e^{i(\omega t - 89,5^\circ)} \text{ V.} \\
 U_{LC} &= Z_{LC} \cdot I_{\text{ges}} \approx 5,01 \cdot e^{i(\omega t + 0,5^\circ)} \text{ V.}
 \end{aligned}$$

$$\text{Zweigströme } I_L = \frac{U_{LC}}{i\omega L} \approx 1,60 \cdot e^{i(\omega t - 89,5^\circ)} \text{ A}$$

$$I_C = i\omega C \cdot U_{LC} \approx 1,61 \cdot e^{i(\omega t + 90,5^\circ)} \text{ A}$$



Die Zweigströme I_C und I_L bzw. Leitwerte $i\omega C$ und $\frac{1}{i\omega L}$ sind bei dieser Frequenz annähernd gleich groß und laufen um

180° gegeneinander versetzt im Kreis ohne diesen zu verlassen: Die LC-Parallelschaltung „sperrt“ bei dieser Frequenz und wirkt als **Filter bzw. Sperrkreis**, denn bei allen anderen Frequenzen „entkommt“ der Strom aus dem Kreis und der Widerstand sinkt deutlich ab.

Aufgabe 7: Filter

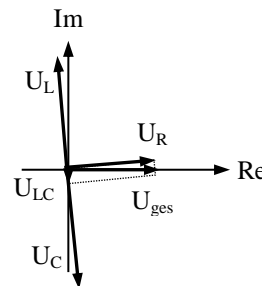
$$Z_{\text{ges}} = R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} \approx (2 + 3,14i - 3,18i) \Omega = (2 - 0,04i) \Omega \approx 2 \cdot e^{-i1,2^\circ} \Omega$$

$$\Rightarrow I_{\text{ges}} = \frac{U}{Z_{\text{ges}}} \approx 25 \cdot e^{i(\omega t + 1,2^\circ)} \text{ A}$$

$$\Rightarrow U_R = R \cdot I_{\text{ges}} \approx 50 \cdot e^{i(\omega t + 1,2^\circ)} \text{ V}$$

$$\Rightarrow U_L = i\omega L \cdot I_{\text{ges}} \approx 78,5 \cdot e^{i(\omega t + 1,2^\circ + 90^\circ)} \text{ V}$$

$$\Rightarrow U_C = \frac{I_{\text{ges}}}{i\omega C} \approx 79,6 \cdot e^{i(\omega t + 1,2^\circ - 90^\circ)} \text{ V}$$



Die Teilspannungen U_L und U_C bzw. Teilimpedanzen $i\omega L$ und $\frac{1}{i\omega C}$ sind bei dieser Frequenz annähernd gleich groß und laufen um 180° gegeneinander versetzt im Kreis, so dass sie sich gegenseitig kompensieren: Die LC-Reihenschaltung „lässt“

diese Frequenz „durch“ und wirkt als **Filter bzw. Siebkette**, denn bei allen anderen Frequenzen kompensieren sich die Teilspannungen bzw. Widerstände nicht mehr und die Gesamtimpedanz nimmt deutlich zu.

Aufgabe 8: Leistung und Effektivwerte

Aufgabe	5a)	5b)	5c)	6a)	6b)	6c)	7
$\cos(\varphi)$	0,73	0,84	0,93	0,99	0,57	0,01	0,99
$P_W = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos(\varphi)$	320 W	400 W	400 W	80 W	5,6 W	0 mW	68 W
$P_B = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \sin(\varphi)$	302 W	255 W	157 W	13 W	8,1 W	50 mW	0 W

- b) Wirkleistung wird in ohmschen Widerständen in Wärme umgesetzt
 c) Blindleistung wird teilweise innerhalb der Stromquelle durch den ohmschen Innenwiderstand in Wärme umgesetzt.
 d) Je geringer der ohmsche Innenwiderstand der Stromquelle, desto geringer der Leistungsverlust.

Aufgabe 9: Leistung und Effektivwerte

a) $P = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} = 2200 \text{ W} \Rightarrow \cos(\varphi) = \frac{P_W}{P} = 0,2727 \Rightarrow \varphi \approx 74,2^\circ$.

b) $R = \frac{U_{\text{eff}} \cdot \cos(\varphi)}{I_{\text{eff}}} \approx 6 \Omega$ und $Z_L = \frac{U_{\text{eff}} \cdot \cos(\varphi)}{I_{\text{eff}}} \approx 21,2 \Omega$

Aufgabe 10: Leistung und Effektivwerte

- a) $P = 1,98 \text{ kW}$ und $P_W = 1,58 \text{ kW}$
 b) $P_m = 1,3 \text{ kW}$ und $P_{\text{Wärme}} = 285 \text{ W}$

Aufgabe 11: Leistung und Effektivwerte

- a) In diesem Fall (vgl. Aufgabe 9) ist der Wirkungsgrad gleich dem Verhältnis der abgegebenen elektrischen Leistung P zur aufgenommenen mechanischen Leistung $P_m \Rightarrow P_m = 200 \text{ kW}$

b) $I_{\text{eff}} = \frac{P}{U_{\text{eff}} \cdot \cos(\varphi)} = 951 \text{ A}$.

Aufgabe 12: Frequenzabhängigkeit der Impedanz (Sperrkreis)

a) Leitwert $Y_{\text{ges}} = \frac{1}{R} + i\omega C + \frac{1}{i\omega L} \approx (0,2 - 0,25i) \Omega^{-1} \approx 0,32 \cdot e^{-i51,3^\circ} \Omega^{-1}$

Impedanz $Z_{\text{ges}} = \frac{1}{Y_{\text{ges}}} = (1,95 + 2,43i) \Omega^{-1} \approx 3,12 \cdot e^{i51,3^\circ} \Omega$

Stromstärke $I_{\text{ges}} = U \cdot Y = \sqrt{2} \cdot 10 \text{ V} \cdot 0,32 \Omega^{-1} \approx 4,53 \cdot e^{i(\omega t + 51,3^\circ)} \text{ A}$ (Strom läuft nach)

- b) Der Blindwiderstand $X = \text{Im}(Z_{\text{ges}})$ verschwindet genau dann, wenn auch der Imaginärteil $\text{Im}(Y_{\text{ges}})$ des Leitwertes

$Y(\omega) = \frac{1}{R} + i\omega C + \frac{1}{i\omega L}$ verschwindet. Aus $\text{Im}(Y) = 0 \Leftrightarrow \omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$ erhält man die Lösung

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \approx 141,4 \text{ s}^{-1}$ bzw. die Frequenz $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} \approx 22,5 \text{ Hz}$

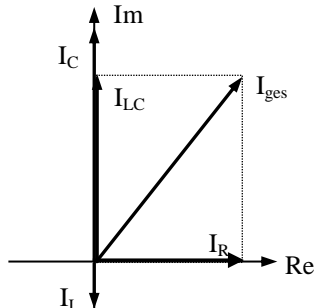
mit dem Wirkwiderstand $\text{Re}(Z_{\text{ges}}) = R = 5 \Omega$.

- c) Zeigerdiagramm für $f = 50 \text{ Hz}$:

$$I_{L\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{i\omega L} \approx -0,64i \text{ A}$$

$$I_{C\text{eff}} = U_{\text{eff}} \cdot i\omega C \approx 3,14i \text{ A}$$

$$I_{R\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{R} \approx 2 \text{ A}$$

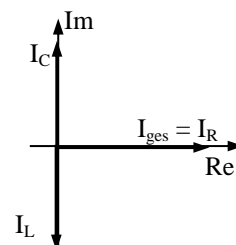


- Zeigerdiagramm für $f_0 = 22,5 \text{ Hz}$:

$$I_{L\text{eff}} = \frac{U}{i\omega L} \approx -1,41i \text{ A}$$

$$I_{C\text{eff}} = U \cdot i\omega C \approx 1,41i \text{ A}$$

$$I_{R\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{R} \approx 2 \text{ A}$$



- d) Bei der Sperrfrequenz f_0 kompensieren sich die beiden Blindleitwerte $i\omega C$ und $\frac{1}{i\omega L}$: Der Gesamtleitwert Y_{ges} wird minimal und die Gesamtimpedanz Z_{ges} wird maximal. Die Frequenz f_0 wird schlechter durchgelassen als alle anderen bzw. „gesperrt“.

e) $P_W(50 \text{ Hz}) = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos(51,3^\circ) \approx 10 \text{ W}$
 $P_W(22,5 \text{ Hz}) = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos(0^\circ) \approx 10 \text{ W}$.

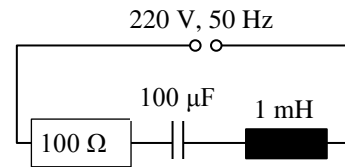
(Die Wirkleistung bei der Parallelschaltung ist unabhängig von der Frequenz bzw. Phasenverschiebung!)

- f) Bei Entfernung der äußeren Spannungsquelle entlädt sich der Kondensator über die Spule. Ihre Selbstinduktion widersetzt sich der Abnahme des Entladestroms und führt dazu, dass der Entladestrom auch bei vollständiger Entladung in die gleiche Richtung weiter fließt. Der Entladestrom wird dadurch zu einem Ladestrom und lädt den Kondensator entgegengesetzt auf. Durch die zunehmende Ladespannung sinkt der Ladestrom langsam auf Null ab und wechselt schließlich die Richtung. Damit ist die erste Halbschwingung beendet. Er wird zu einem Entladestrom und der Vorgang wiederholt sich in entgegengesetzter Richtung.
- g) Es handelt sich um eine Reihenschaltung ohne Beteiligung des ohmschen Widerstandes. Der Strom fließt als reiner Blindstrom in der Skizze im Kreis um ihn herum.

Aufgabe 13: Frequenzabhängigkeit der Impedanz bei der Siebkette

a) $Z_{\text{ges}} = R + i\omega L + \frac{1}{i\omega C} = (100 - 31,52) \Omega \approx 104,84 \cdot e^{-i17,5^\circ} \Omega$

$\Rightarrow I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z_{\text{ges}}} \approx 2,1 \text{ A}$ mit $\varphi = +17,5^\circ$ (Strom läuft vor)



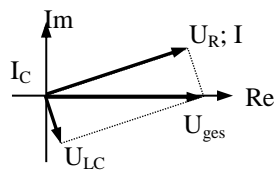
b) $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \approx 503,3 \text{ Hz}$

c) Zeigerdiagramm für $f = 50 \text{ Hz}$:

$$U_{\text{Ceff}} = \frac{I_{\text{eff}}}{i\omega C} \approx -66,8i \text{ V}$$

$$U_{\text{Leff}} = I_{\text{eff}} \cdot i\omega L \approx 0,7i \text{ V}$$

$$U_{\text{Reff}} = I_{\text{eff}} \cdot R \approx 210 \text{ V}$$

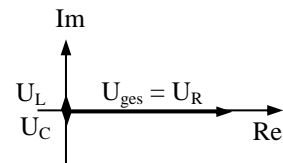


Zeigerdiagramm für $f_0 = 503,3 \text{ Hz}$
mit $Z_{\text{ges}} = R = 100 \Omega$ und $I_{\text{eff}} = 2,2 \text{ A}$

$$U_{\text{Ceff}} = \frac{I_{\text{eff}}}{i\omega C} \approx -6,96i \text{ V}$$

$$U_{\text{Leff}} = I_{\text{eff}} \cdot i\omega L \approx 6,96i \text{ V}$$

$$U_{\text{Reff}} = I_{\text{eff}} \cdot R \approx 220 \text{ V}$$



- d) Die Teilspannungen U_L und U_C bzw. Teilimpedanzen $i\omega L$ und $\frac{1}{i\omega C}$ sind bei dieser Frequenz annähernd gleich groß und laufen um 180° gegeneinander versetzt im Kreis, so dass sie sich gegenseitig kompensieren: Die LC-Reihenschaltung „lässt“ diese Frequenz „durch“ und wirkt als **Filter bzw. Siebkette**, denn bei allen anderen Frequenzen kompensieren sich die Teilspannungen bzw. Widerstände nicht mehr und die Gesamtimpedanz nimmt deutlich zu.
- e) $P_W(50 \text{ Hz}) = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos(\varphi) \approx 440 \text{ W}$ und $P_W(503,3 \text{ Hz}) = 484 \text{ W}$.
(Bei der Reihenschaltung ändert sich die Wirkleistung mit der Phasenverschiebung!)

Aufgabe 14: Frequenzeinstellung bei einer Siebkette

$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \Rightarrow C \approx 2,25 \mu\text{F}$